

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова



ИБРАЭ

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

Институт проблем безопасного развития атомной энергетики

RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES

Nuclear Safety Institute

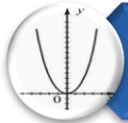
*Идеальные вихреразрешающие алгоритмы
и расчеты турбулентных течений
по схеме КАБАРЕ*

Москва, 2016

СОДЕРЖАНИЕ



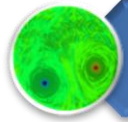
Турбулентность морских течений



Статистическое описание турбулентности



Спектры турбулентных течений



Идеальный вихреразрешающий алгоритм (Perfect LES)

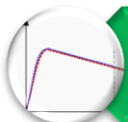
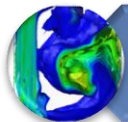


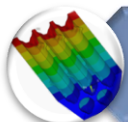
Схема КАБАРЕ



Расчеты с полным разрешением спектра



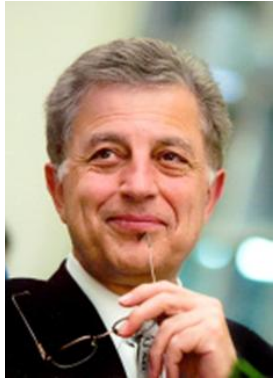
Расчеты с неполным разрешением спектра



Многокомпонентные течения и мелкая вода

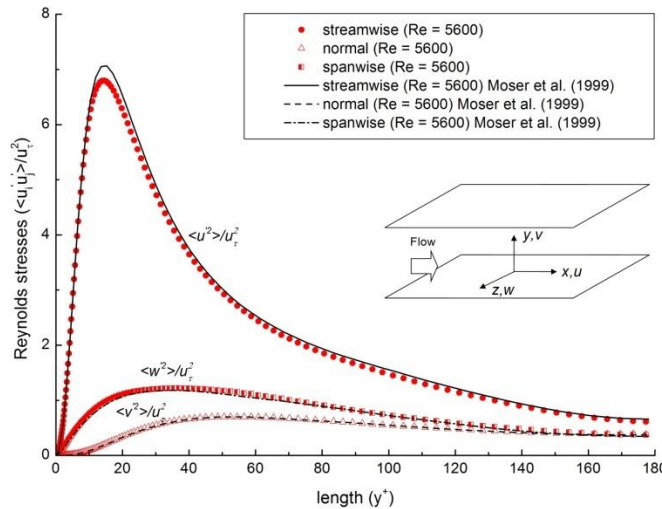


Прямое численное моделирование турбулентных течений. Спектральные и псевдоспектральные методы.



Parviz Moin

[Center for Turbulence Research](#)
[Department of Mechanical Engineering](#)
[Stanford University](#)



Компоненты тензора турбулентных напряжений $Re_m = 5600$

[Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number](#)

J Kim, P Moin, R Moser
Journal of fluid mechanics 177, 133-166, 1987

[Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to \$Re = 590\$](#)

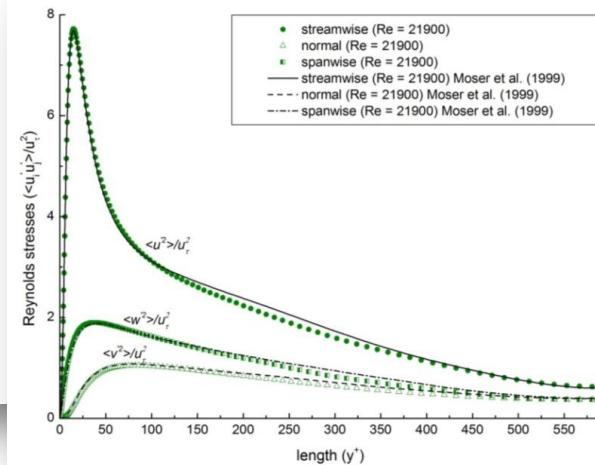
RD Moser, J Kim, NN Mansour
Phys. Fluids 11 (4), 943-945, 1999

**ПОЛНОЕ РАЗРЕШЕНИЕ СПЕКТРА ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ,
DNS - АЛГОРИТМЫ**



Robert Moser

Компоненты тензора турбулентных напряжений $Re_m = 21900$





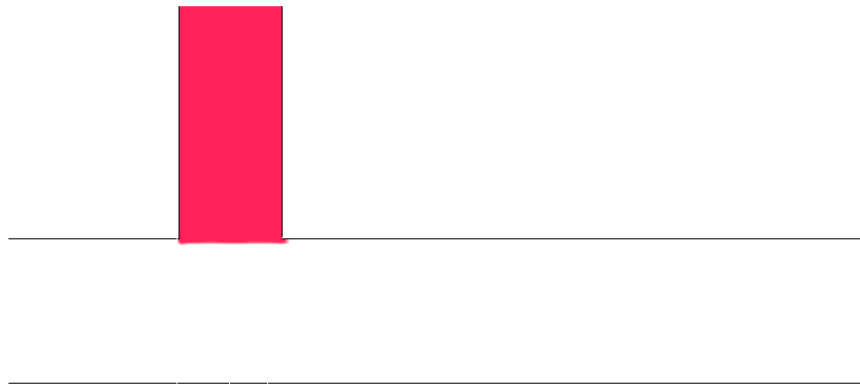
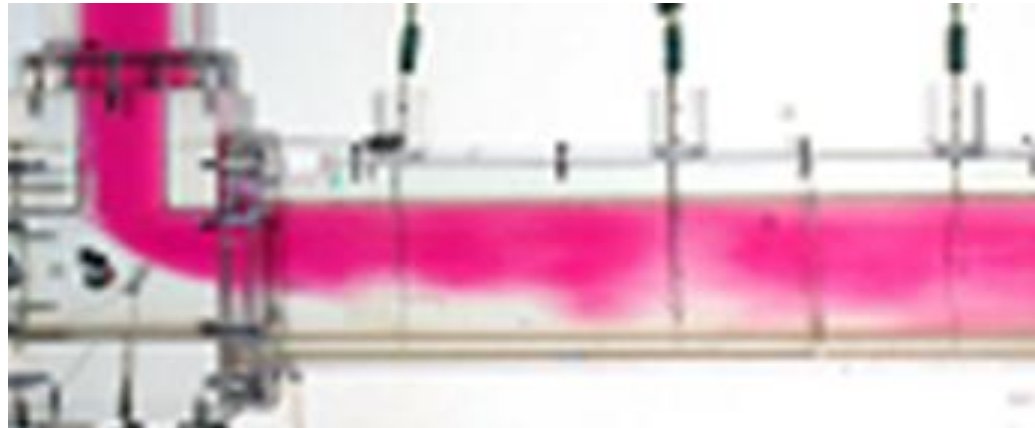
Прямое численное моделирование турбулентных течений. Метод спектральных элементов.

$N_{sc} 5000$



Paul Fisher

University of Illinois



ПОЛНОЕ И НЕПОЛНОЕ РАЗРЕШЕНИЕ СПЕКТРА ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ.



Прямое численное моделирование турбулентных течений. Конечно – разностные методы.



Hiroyuki Abe

Department of Mechanical Engineering,
Science University of Tokyo

Rai, M. M., and Moin, P., 1991, "Direct simulation of turbulent flow using finite-difference schemes," J. Comput. Phys., **96**, pp. 15–53.

Gavrilakis, S., 1992, "Numerical simulation of low-Reynolds-number turbulent flow through a straight square duct," J. Fluid Mech., 244, pp. 101–129.

Kawamura, H., 1994, "Direct numerical simulation of turbulence by finite difference scheme," The Recent Developments in Turbulence Research, Z. S. Zhang and Y. Miyake, eds. International Academic Publishers, pp. 54–60.

Hiroyuki Abe, Hiroshi Kawamura, Yuichi Matsuo. Direct Numerical Simulation of a Fully Developed Turbulent Channel Flow With Respect to the Reynolds Number Dependence. 2001.

ПОЛНОЕ РАЗРЕШЕНИЕ СПЕКТРА ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ, DNS - АЛГОРИТМЫ



СВОЙСТВА ИДЕАЛЬНОГО DNS - АЛГОРИТМА

Полное разрешение всего спектра турбулентных пульсаций

Отсутствие настроечных параметров

Применимость в областях сложной формы

Робастность

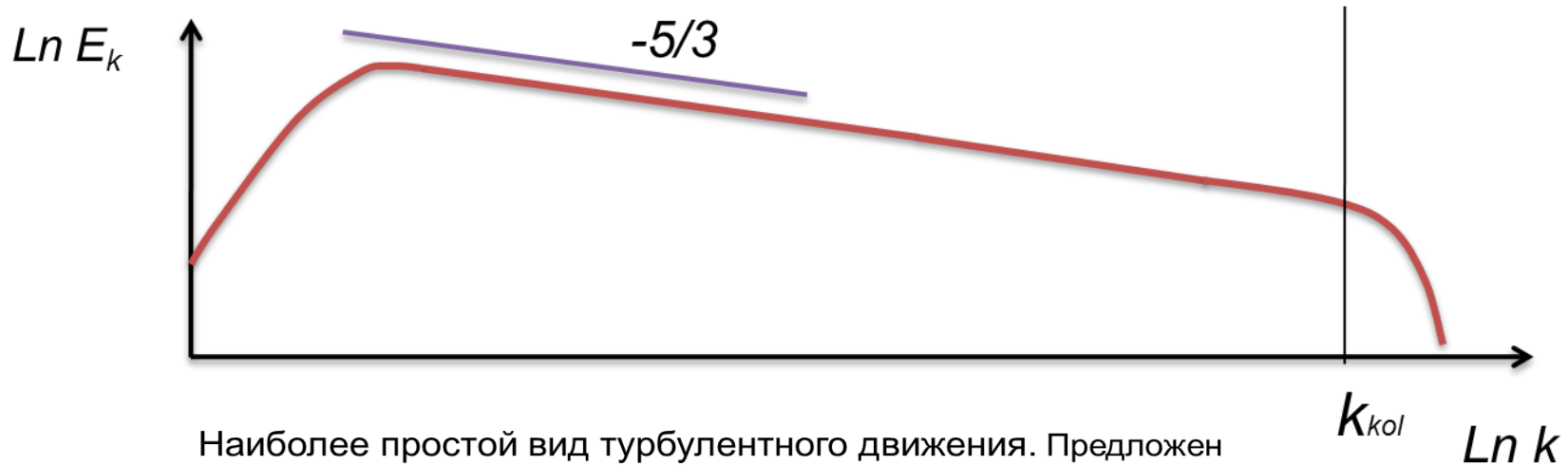
Консервативность

Масштабируемость

Мультифизичность



Основная верификационная задача – моделирование однородной изотропной турбулентности



Наиболее простой вид турбулентного движения. Предложен
Тейлором в 1935 году

Позволяет изучить ряд свойств, присущих всем
турбулентным течениям

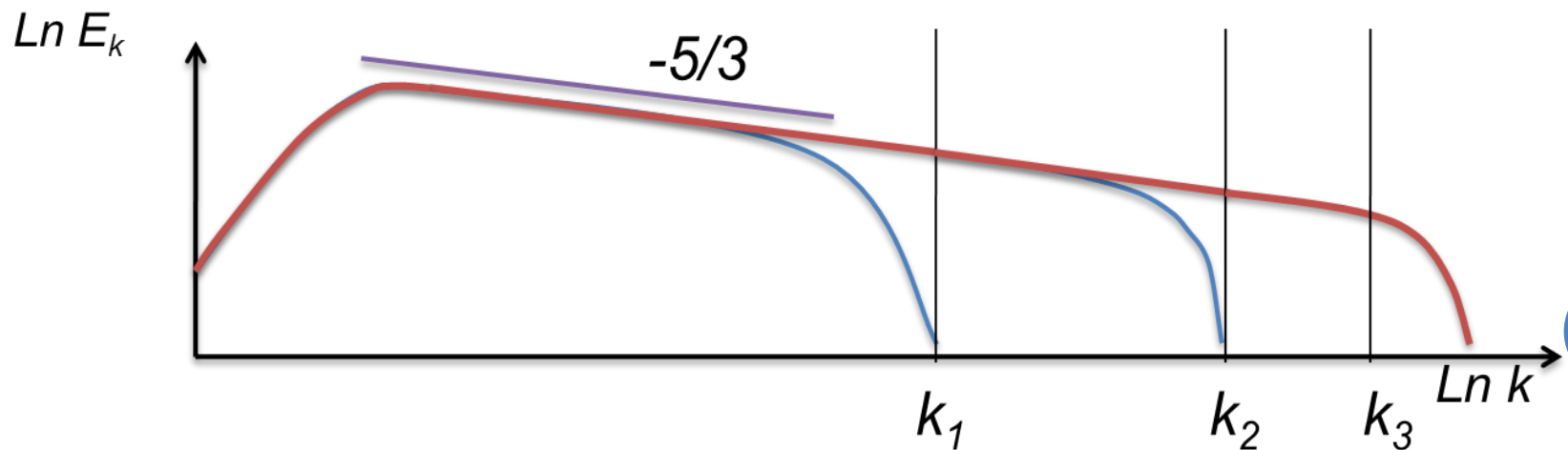
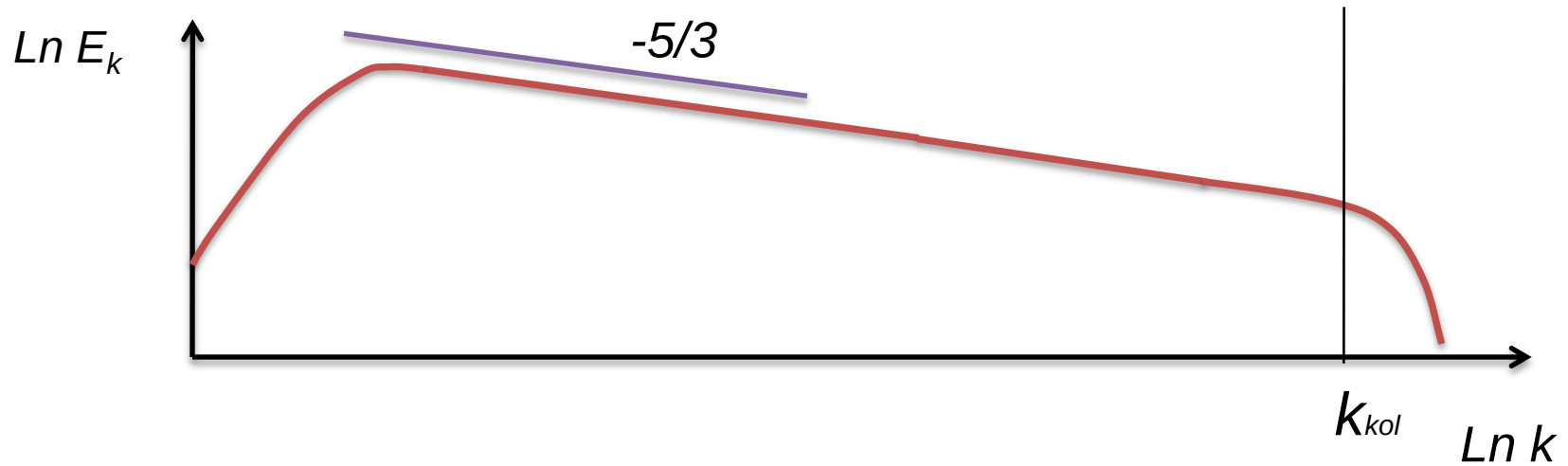
Мелкомасштабная турбулентность в значительной степени
однородна и изотропна. Причина - каскадный перенос энергии

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \sim \frac{1}{k_\varepsilon}$$

- Однородная изотропная турбулентность
Однородна по пространству
Изотропна по направлению



«Идеальный» LES – идеальный DNS при неполном разрешении спектра пульсаций





СВОЙСТВА ИДЕАЛЬНОГО LES - АЛГОРИТМА

Отсутствие настроечных параметров при неполном разрешении спектра турбулентных пульсаций

Применимость в областях сложной формы

Робастность

Консервативность

Масштабируемость

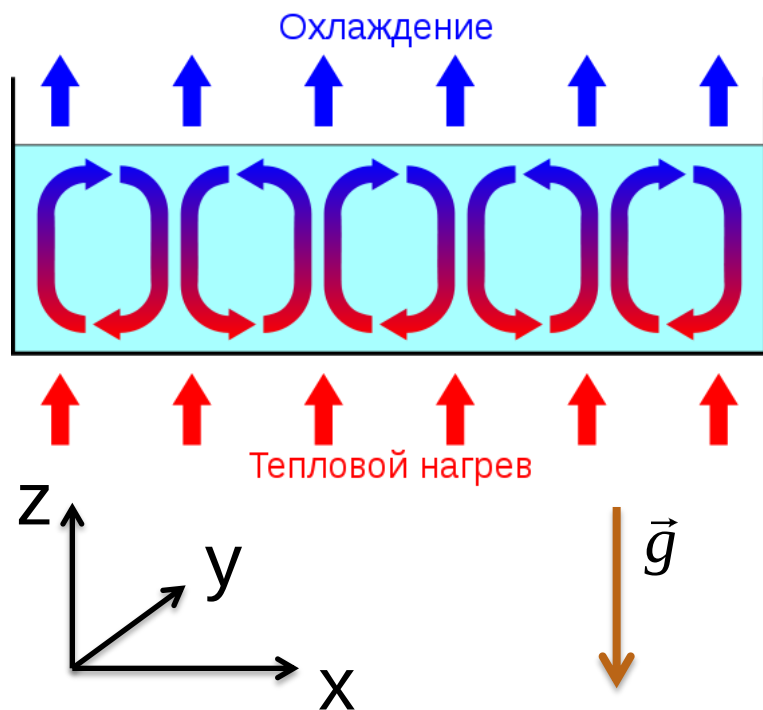
Мультифизичность

О предсказательной силе RANS кодов

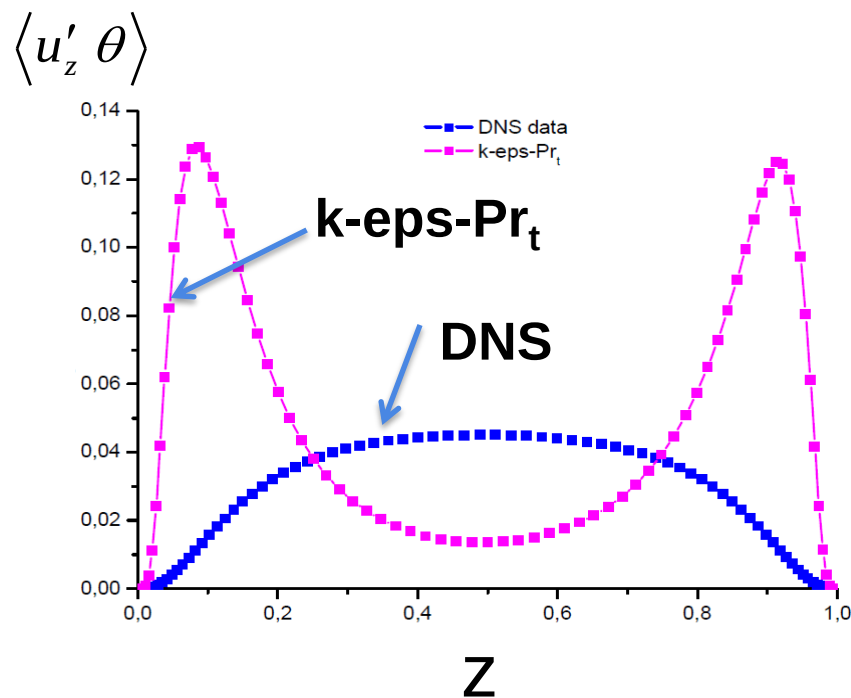
Конвекция Рэлея-Бенара.

Профили турбулентного теплового потока (turbulent heat flux)

Жидкий металл с $Pr = 0.025$
при $Ra = 10^5$

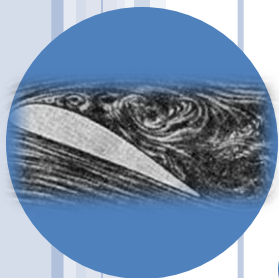


Зависимость турбулентного теплового потока от координаты Z



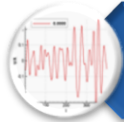
* G. Groetzbach, "Turbulence modeling issues in ads thermal and hydraulic analyses".

Theoretical and Experimental Studies of Heavy Liquid Metal Thermal Hydraulics. Proceedings of a technical meeting held in Karlsruhe, Germany, 28–31 October 2003. International Atomic Energy Agency, 2006. Pp. 9-33.

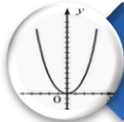


ОПЫТ РАСЧЕТА ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПО СХЕМЕ «КАБАРЕ»

СОДЕРЖАНИЕ



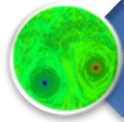
Турбулентность морских течений



Статистическое описание турбулентности


$$\frac{u_{i+1/2}^{n+1/2} - u_{i+1/2}^n}{\tau/2}$$

Спектры турбулентных течений



Идеальный вихреразрешающий алгоритм (Perfect LES)

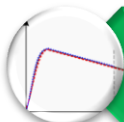
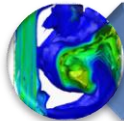


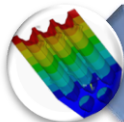
Схема КАБАРЕ



Расчеты с полным разрешением спектра



Расчеты с неполным разрешением спектра



Многокомпонентные течения и мелкая вода



СХЕМА «КАБАРЕ» ДЛЯ ПРОСТЕЙШЕГО УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

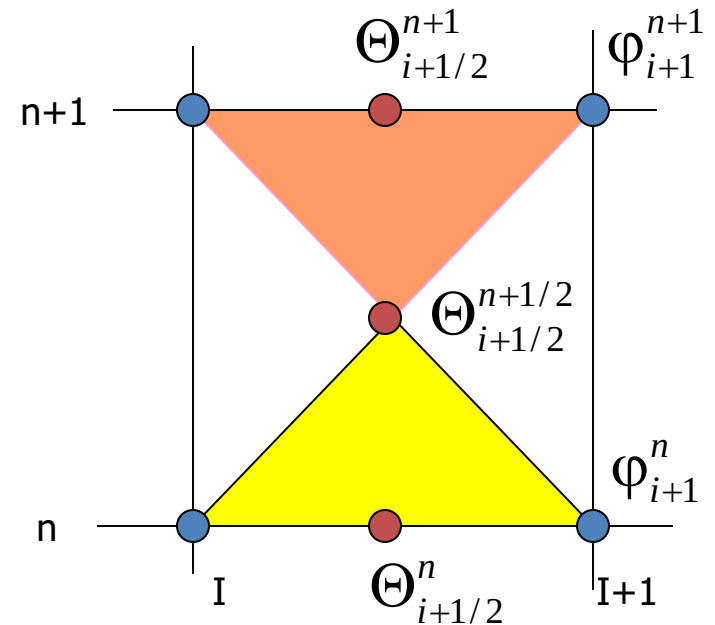
$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + c \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} = Q$$

Вычисление промежуточных «консервативных»
переменных $\Theta_{i+1/2}^{n+1/2}$

$$\frac{\Theta_{i+1/2}^{n+1/2} - \Theta_{i+1/2}^n}{\tau/2} + c \cdot \frac{\varphi_{i+1}^n - \varphi_i^n}{h} = Q ;$$

Вычисление новых «потокowych»
переменных φ_{i+1}^{n+1}

$$\varphi_{i+1}^{n+1} = 2 \cdot \Theta_{i+1/2}^{n+1/2} - \varphi_i^n \quad c > 0$$



Вычисление «консервативных» переменных
на новом временном слое:

$$\frac{\Theta_{i+1/2}^{n+1} - \Theta_{i+1/2}^{n+1/2}}{\tau/2} + c \cdot \frac{\varphi_{i+1}^{n+1} - \varphi_i^{n+1}}{h} = Q ;$$

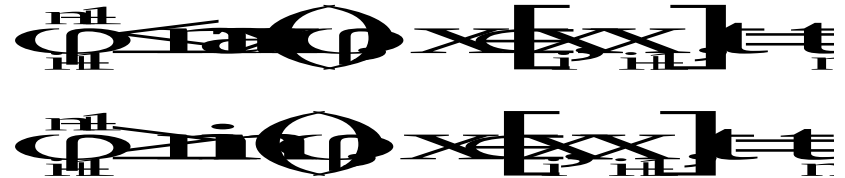


Принципиальный момент: прямое использование принципа максимума

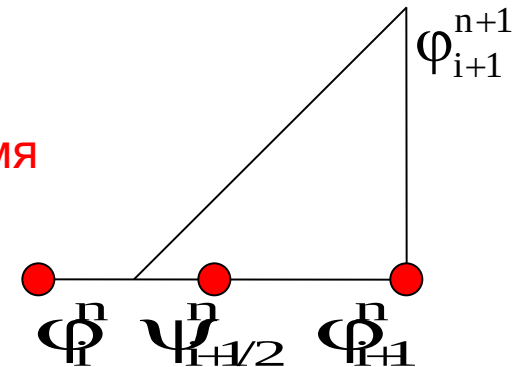
Поскольку КАБАРЕ – схема второго порядка, необходим монотонизатор

$$\varphi_{i+1}^{n+1} = 2\psi_{i+1/2}^{n+1} - \varphi_i^n$$

Принцип максимума



Непрерывное решение в ячейке представлено тремя сеточными значениями.



Значение потоковой переменной должно оставаться в заданных пределах

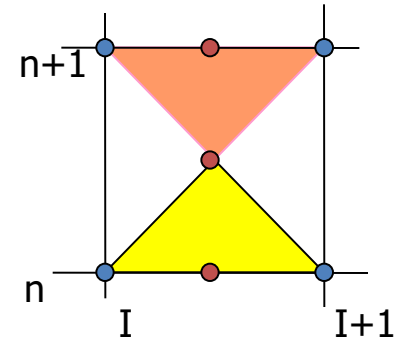
$$\varphi_{i+1}^{n+1} \leq \max_{x \in [x_i, x_{i+1}], t=t_n} (\varphi) = [\max(\varphi)]_{i+1/2}^n = \max(\varphi_{i+1}^n, \psi_{i+1/2}^n, \varphi_i^n) + \tau Q$$

$$\varphi_{i+1}^{n+1} \geq \min_{x \in [x_i, x_{i+1}], t=t_n} (\varphi) = [\min(\varphi)]_{i+1/2}^n = \min(\varphi_{i+1}^n, \psi_{i+1/2}^n, \varphi_i^n) + \tau Q$$



Основные свойства схемы «КАБАРЕ»

- Явная;
- Устойчива при $0 < CFL < 1$;
- Дает точное решение при $CFL = 0.5$, $CFL = 1$;
- Второй порядок аппроксимации на неравномерных пространственно – временных сетках;
- Консервативная;
- Обладает однопараметрическим семейством квадратичных законов сохранения;
- Бездиссипативна;
- Имеет максимально компактный вычислительный шаблон;
- Минимальные дисперсионные ошибки;
- Прямое использование принципа максимума для нелинейной коррекции потоков;
- Отсутствие настроечных параметров;





Интерполяционно – характеристический подход

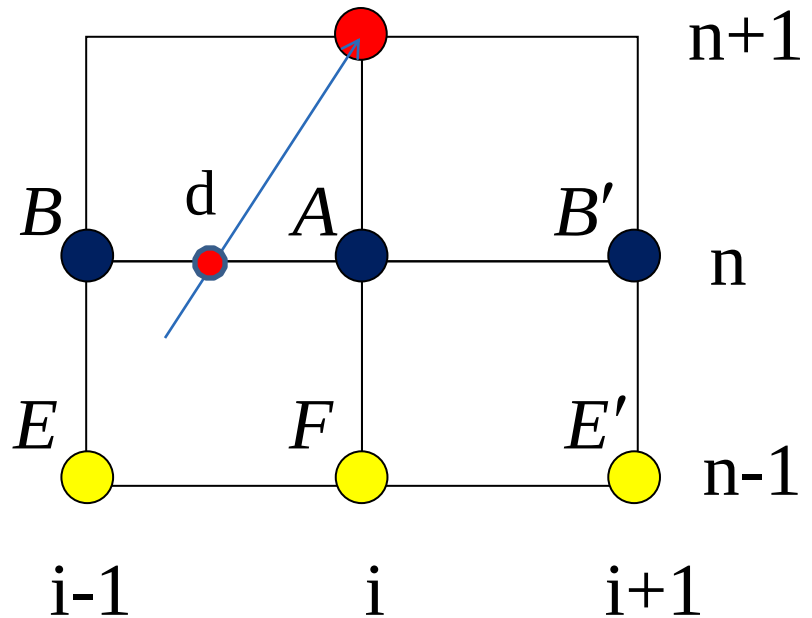
$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + c \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$$

Схема Лакса - Вендроффа

$$P_B(x) = \frac{(x_A - x) \cdot (x_{B'} - x)}{(x_A - x_B) \cdot (x_{B'} - x_B)}$$

$$P_A(x) = \frac{(x_B - x) \cdot (x_{B'} - x)}{(x_B - x_A) \cdot (x_{B'} - x_A)}$$

$$P_{B'}(x) = \frac{(x_A - x) \cdot (x_B - x)}{(x_A - x_{B'}) \cdot (x_B - x_{B'})}$$



$$\varphi_i^{n+1} = P_B(-r) \cdot \varphi_B + P_A(-r) \cdot \varphi_A + P_{B'}(-r) \cdot \varphi_{B'}; \quad r = c \cdot \tau / h$$





Интерполяционно – характеристический алгоритм

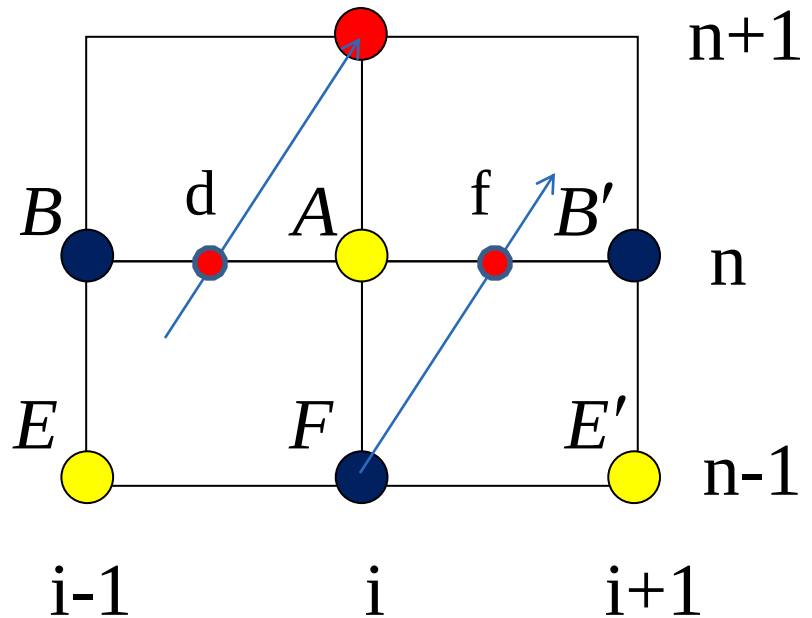
$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + c \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$$

Схема Крест

$$P_B(x) = \frac{(x_A - x) \cdot (x_{B'} - x)}{(x_A - x_B) \cdot (x_{B'} - x_B)}$$

$$P_f(x) = \frac{(x_B - x) \cdot (x_{B'} - x)}{(x_B - x_f) \cdot (x_{B'} - x_f)}$$

$$P_{B'}(x) = \frac{(x_A - x) \cdot (x_B - x)}{(x_A - x_{B'}) \cdot (x_B - x_{B'})}$$



$$\varphi_i^{n+1} = P_B(-r) \cdot \varphi_B + P_A(-r) \cdot \varphi_A + P_f(-r) \cdot \varphi_F; \quad r = c \cdot \tau / h$$





Интерполяционно – характеристический алгоритм

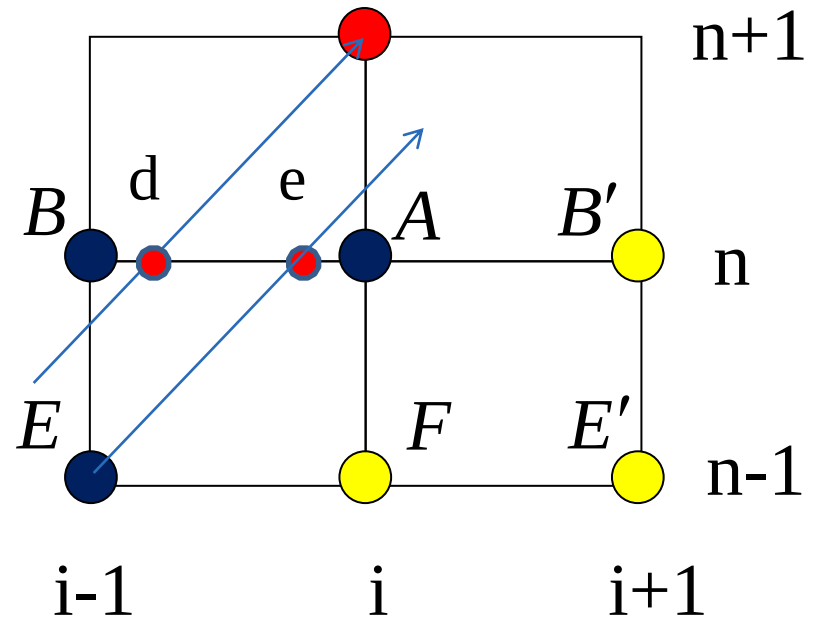
$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + c \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$$

Схема Айзерлиса (КАБАРЕ)

$$P_B(x) = \frac{(x_A - x) \cdot (x_e - x)}{(x_A - x_B) \cdot (x_e - x_B)}$$

$$P_e(x) = \frac{(x_B - x) \cdot (x_A - x)}{(x_B - x_e) \cdot (x_A - x_e)}$$

$$P_A(x) = \frac{(x_e - x) \cdot (x_B - x)}{(x_e - x_A) \cdot (x_B - x_A)}$$



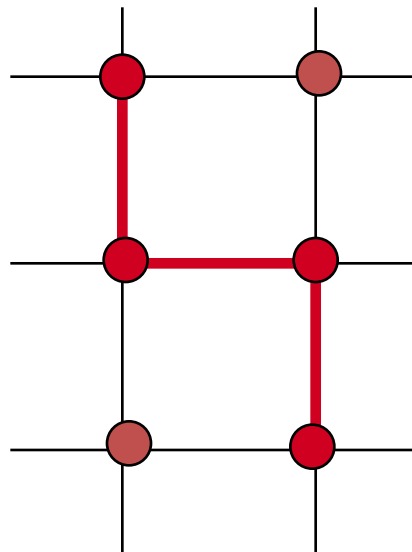
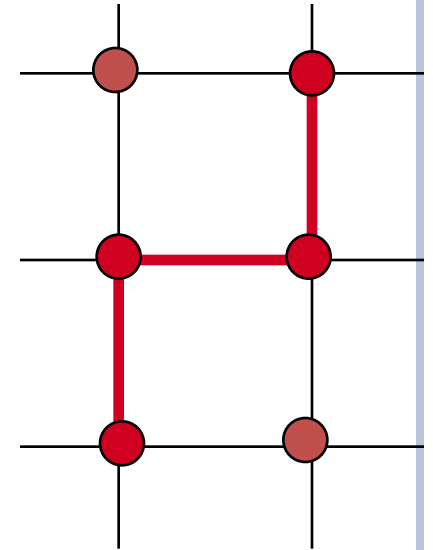
$$\varphi_i^{n+1} = P_B(-r) \cdot \varphi_B + P_A(-r) \cdot \varphi_A + P_e(-r) \cdot \varphi_E; \quad r = c \cdot \tau / h$$





Схема Айзерлиса (КАБАРЕ)

$$\frac{1}{2} \left\{ \frac{\varphi_{i+1}^{n+1} - \varphi_{i+1}^n}{\tau} + \frac{\varphi_i^n - \varphi_i^{n-1}}{\tau} \right\} + c \cdot \frac{\varphi_{i+1}^n - \varphi_i^n}{h} = 0$$



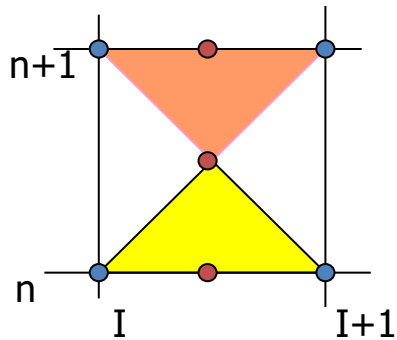
$$\frac{1}{2} \left\{ \frac{\psi_i^{n+1} - \psi_i^n}{\tau} + \frac{\psi_{i+1}^n - \psi_{i+1}^{n-1}}{\tau} \right\} - c \cdot \frac{\psi_{i+1}^n - \psi_i^n}{h} = 0$$

Головизнин В.М., Самарский А.А. 1998г.

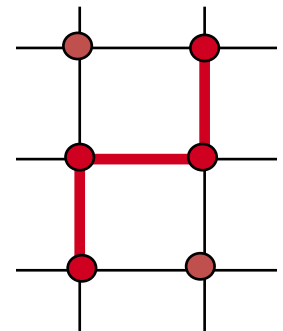




Основные отличия схемы «КАБАРЕ» от схемы «Upwind Leapfrog»

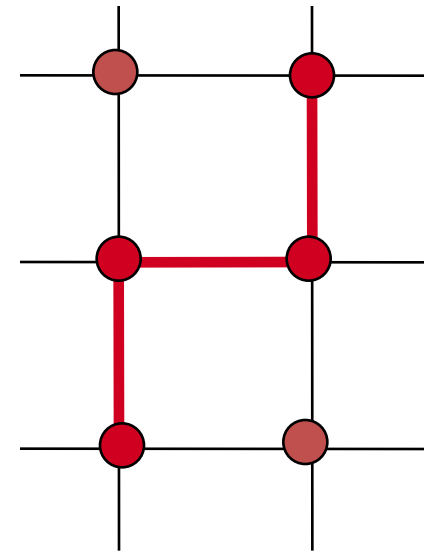


- КАБАРЕ представлена в виде закона сохранения;
- В КАБАРЕ используются два типа переменных – консервативные и потоковые;
- КАБАРЕ – двухслойная схема с максимально компактным вычислительным шаблоном;
- В КАБАРЕ органично встроен монотонизатор нового типа на основе наиболее общего принципа – принципа максимума.



“Compact Accurately Boundary Adjusting high-REsolution Technique for Fluid Dynamics

Computational stencil of the forerunner of
CABARET scheme



Another reason to call it CABARET...



Частные решения, характеристическое уравнение

Будем искать частные решения в виде:

$$\phi_j^{(n)} = \exp(i \cdot [\omega \tau n - khj]) ; kh \in [0, 2\pi] ;$$

Полагая $q_{kh} = \exp(i\omega\tau)$

для схемы Айзерлиса получаем характеристическое уравнение:

$$q_{kh}^2 - q_{kh} (1 - e^{-ikh}) (1 - 2r) - e^{-ikh} = 0 ;$$

Корни характеристического уравнения:

$$q_{kh,1} = -b / 2 + \sqrt{D} ; q_{kh,2} = -b / 2 - \sqrt{D} ;$$

$$b = -(1 - e^{-ikh}) (1 - 2r) ; D = b^2 / 4 - d ; d = -e^{-ikh} ;$$





Диссипация и дисперсионные поверхности

Модуль перехода (диссипативная поверхность)

как функция двух аргументов $(0 \leq r \leq 1); (0 \leq kh \leq 2\pi);$

$$|q_1| = \text{abs}[q_1(kh, r)] ; |q_2| = \text{abs}[q_2(kh, r)] ;$$
$$r \in [0, 1] ; kh \in [0, 2\pi] ;$$

Относительный набег фазы (дисперсионная поверхность)

как функция двух аргументов $(0 \leq r \leq 1); (0 \leq kh \leq 2\pi);$

$$\gamma_1(kh, r) = \frac{1}{r \cdot kh} \arctg \{ \text{Im}(q_1) / \text{Re}(q_1) \} ;$$

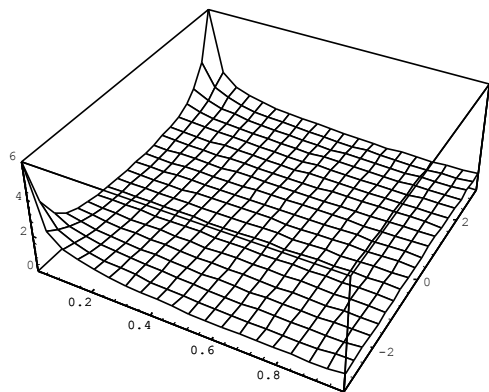
$$\gamma_2(kh, r) = \frac{1}{r \cdot kh} \arctg \{ \text{Im}(q_2) / \text{Re}(q_2) \} ;$$



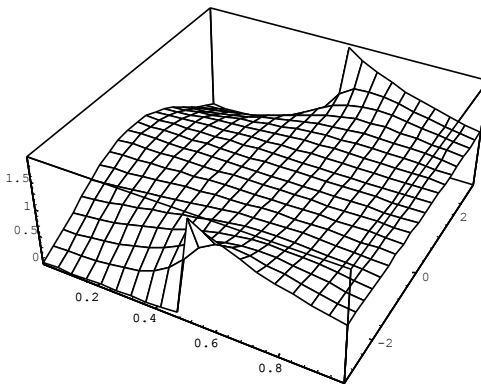
Дисперсионные и диссипативные поверхности

Дисперсия

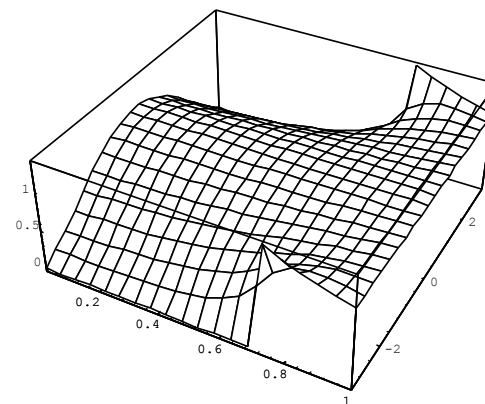
«Кабаре»



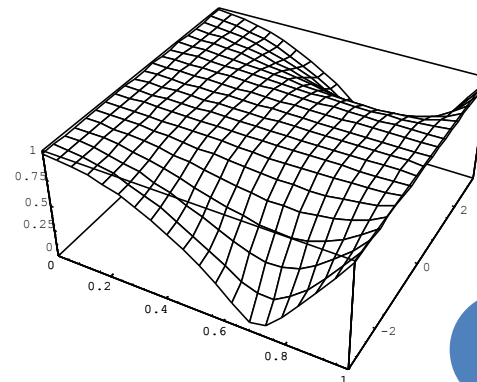
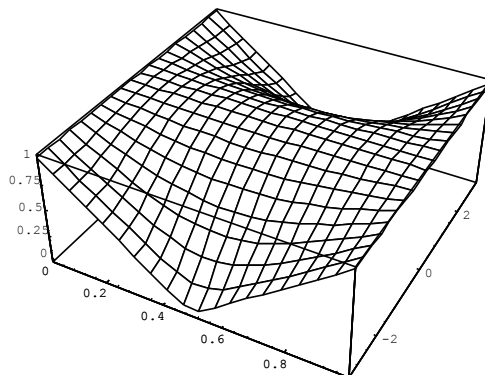
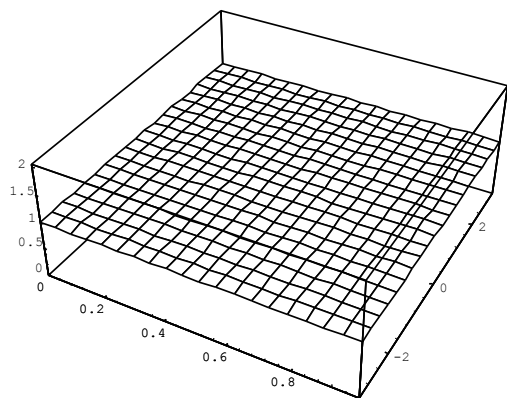
«Уголок»



Лакса-Вендроффа



Диссипация



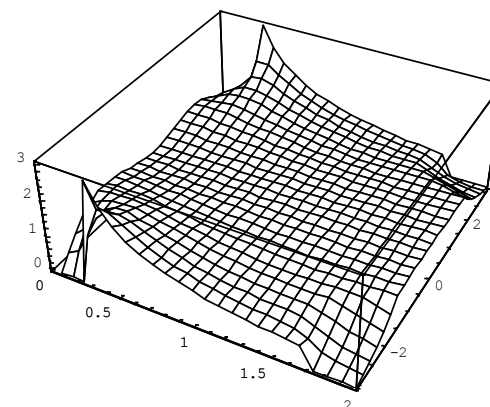
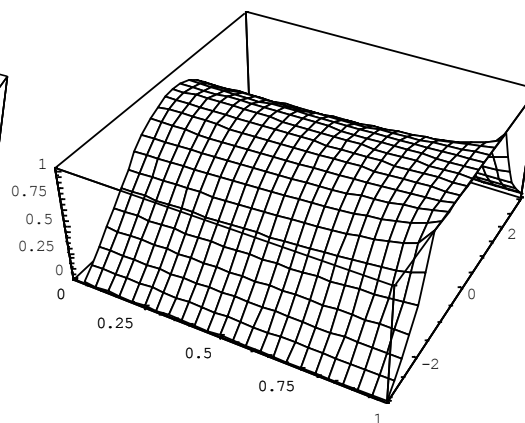
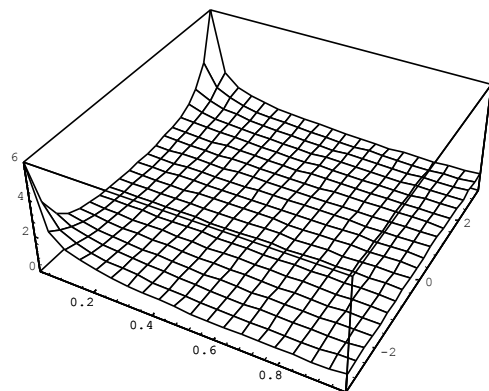
Дисперсионные и диссипативные свойства

«Кабаре»

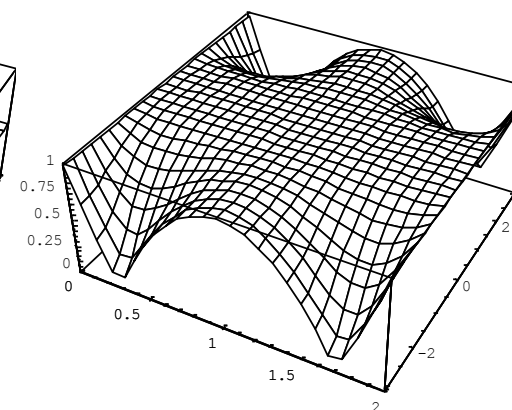
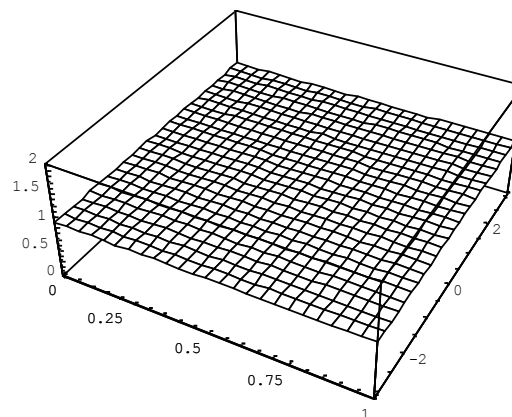
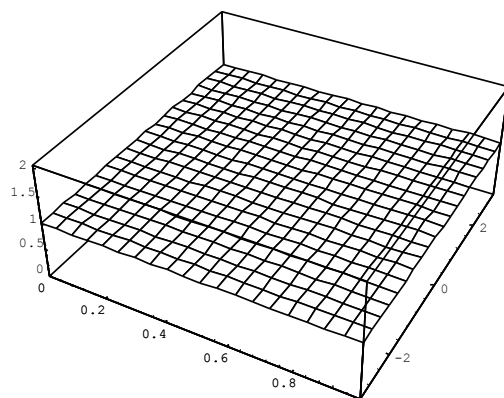
«Крест»

Ван - Леер

Дисперсия

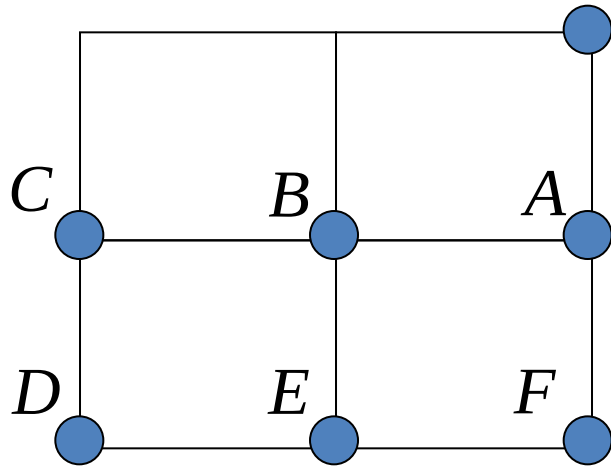


Диссипация



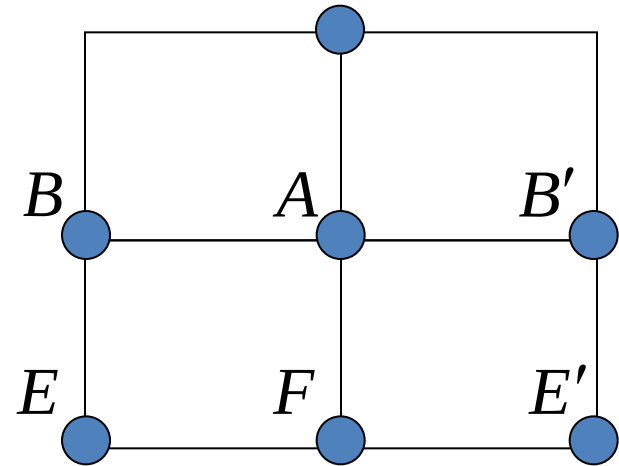


Классификация и общее число явных схем на компактных шаблонах



$ABC, ABD, ABE, ABF, BCD,$
 $BCE, BDE, BEF, BDF, AED,$
 AFE, AED, AEC

13 схем



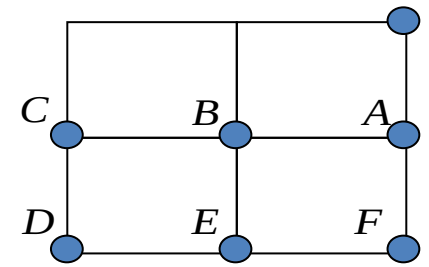
$BAB', BAE', BFE',$
 BFB', EAE', EAB'

6 схем

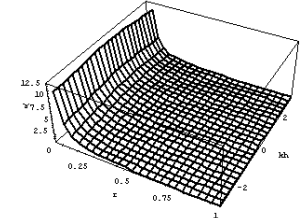
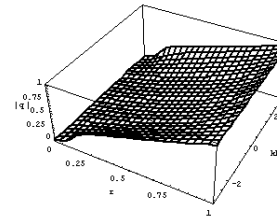
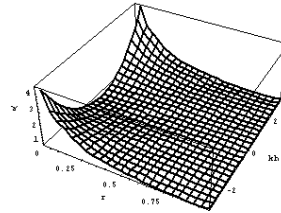
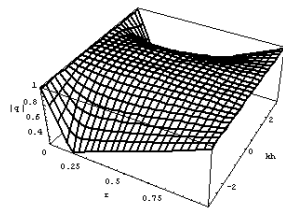




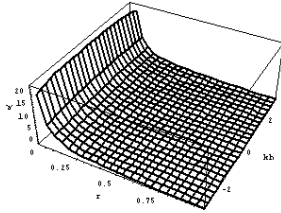
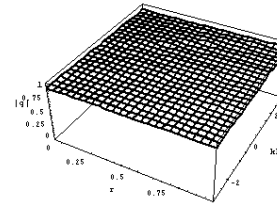
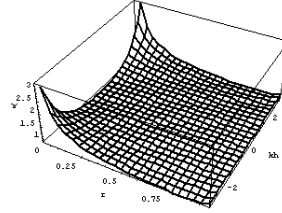
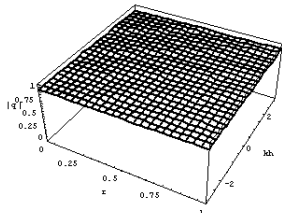
Диссипативные и дисперсионные свойства



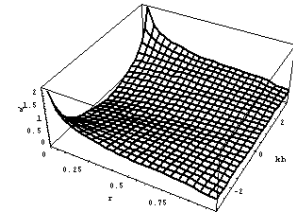
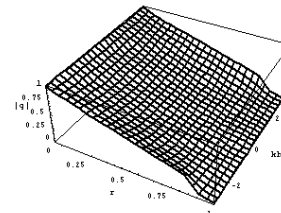
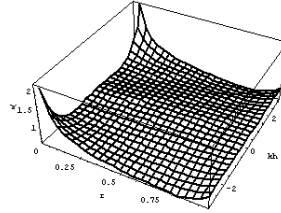
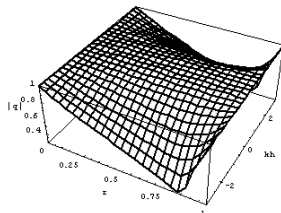
ABD



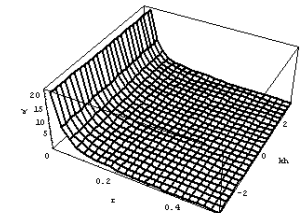
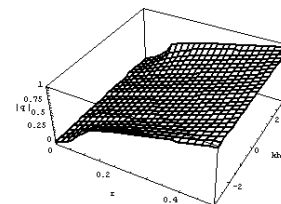
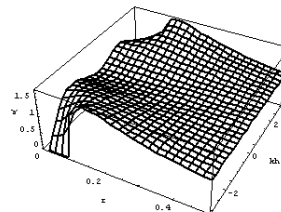
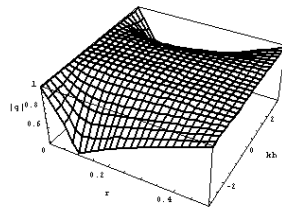
ABE



ABF



*ACE**

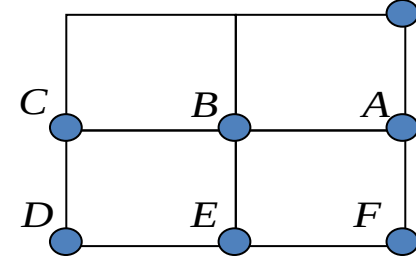


* $-[0; 0.5]$

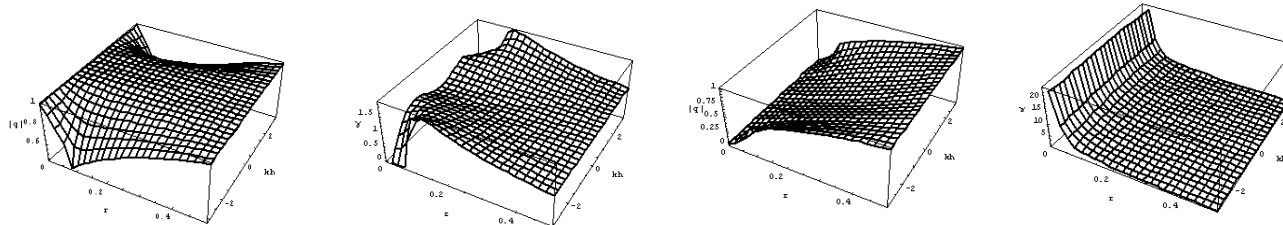




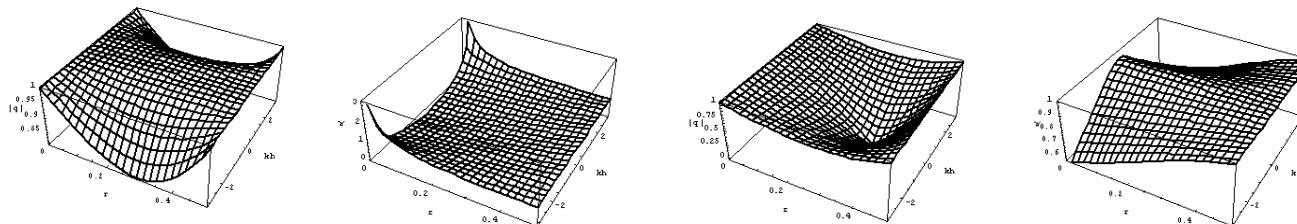
Диссипативные и дисперсионные свойства



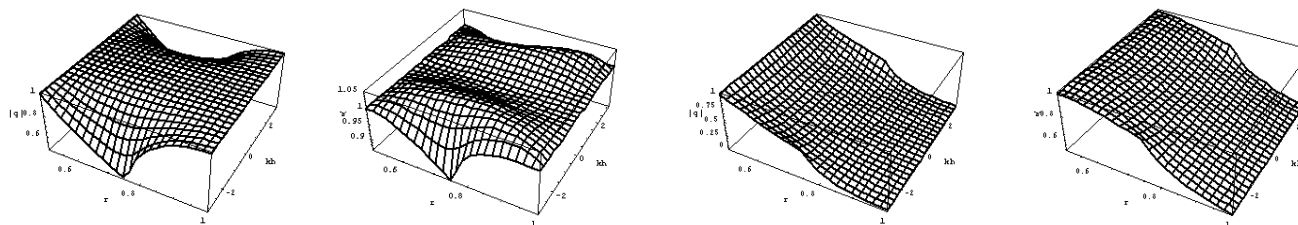
ADE^*



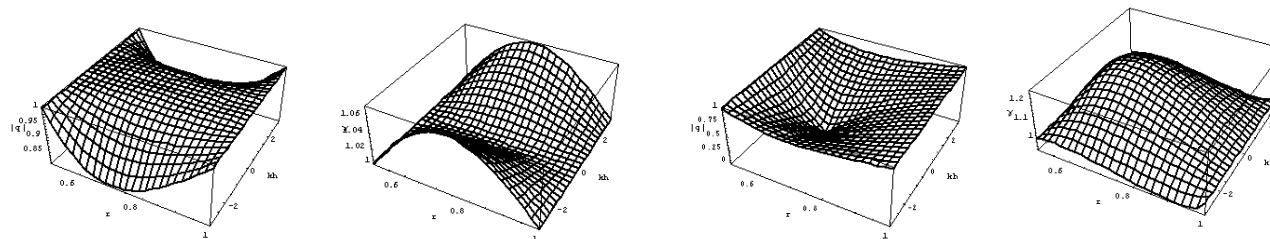
AEF^*



BCE^*

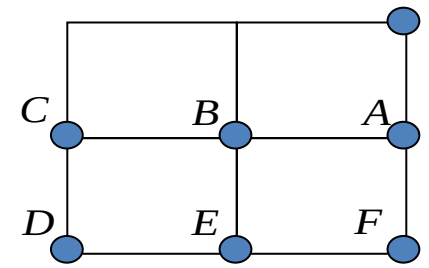


BDE^*

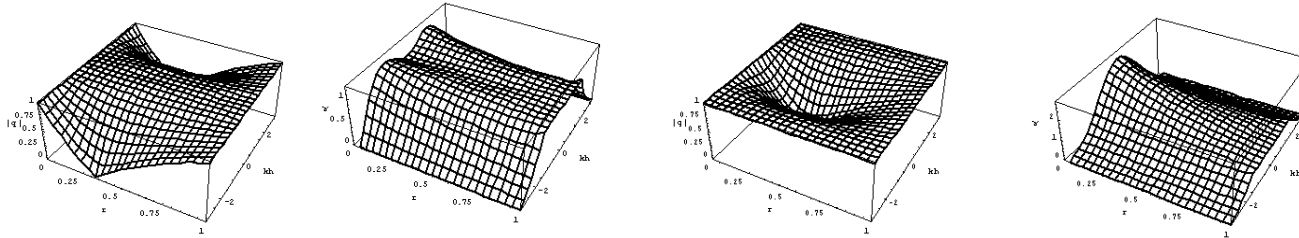




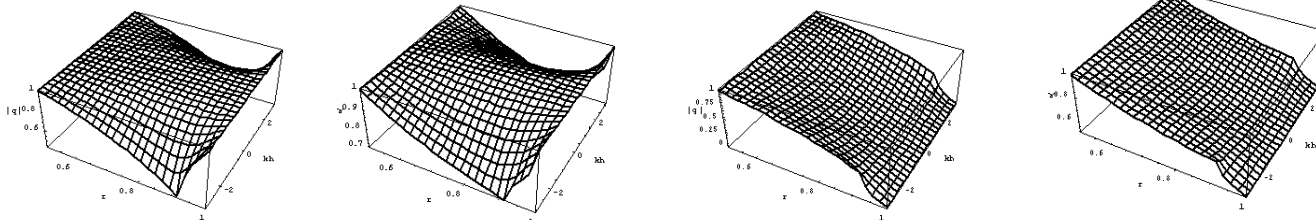
Диссипативные и дисперсионные свойства



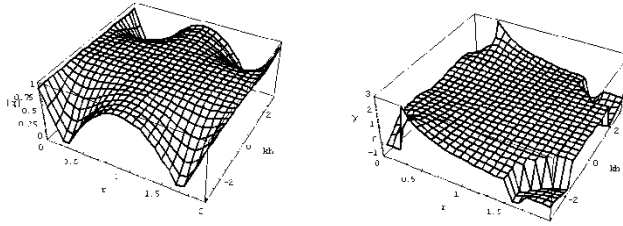
BDF



*BEF**



*ABC***



** – [0; 2]

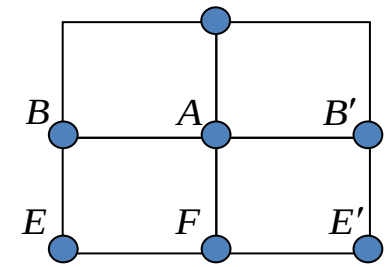
* – [0.5; 1]

Схемы BCD, BCF, EFB' - неустойчивы

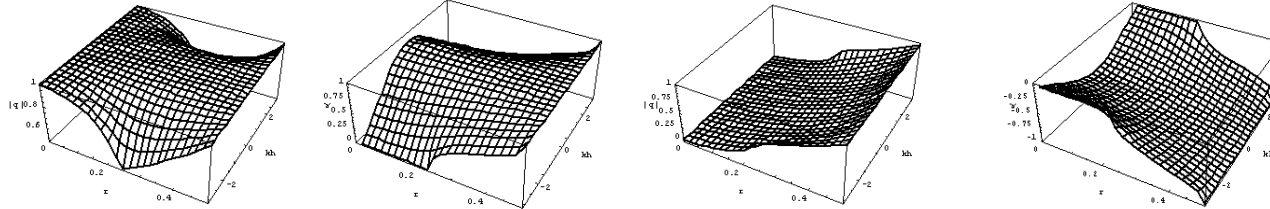




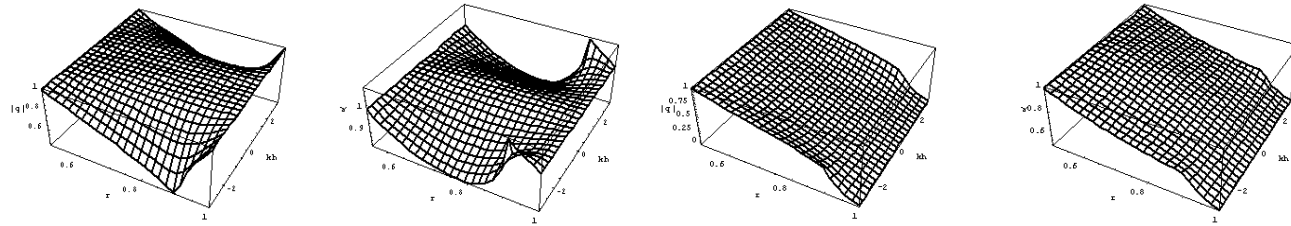
Диссипативные и дисперсионные свойства



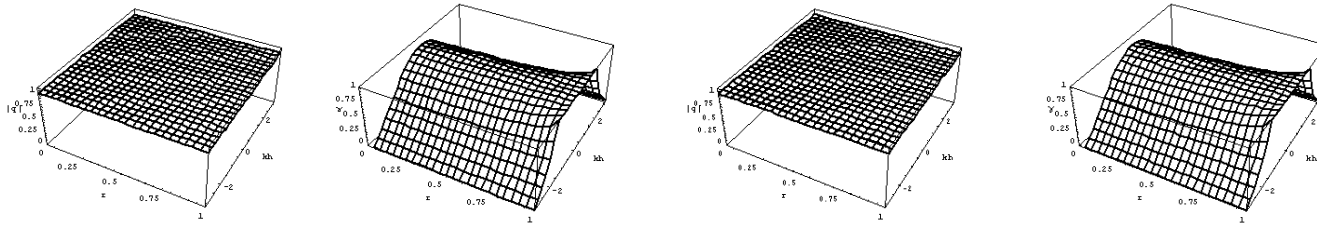
$B'AE^*$



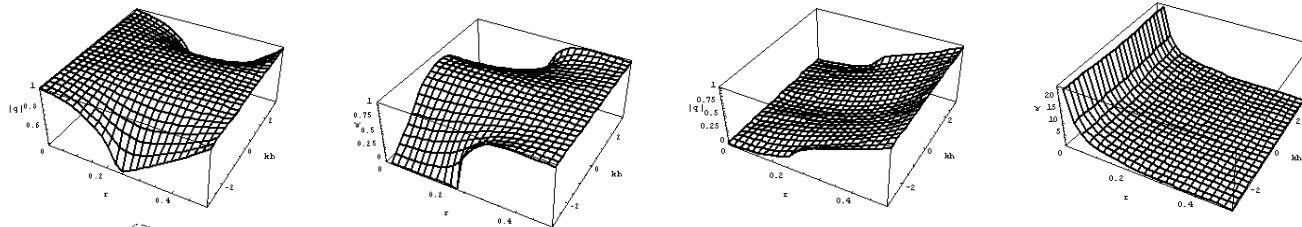
$B'BE^{**}$



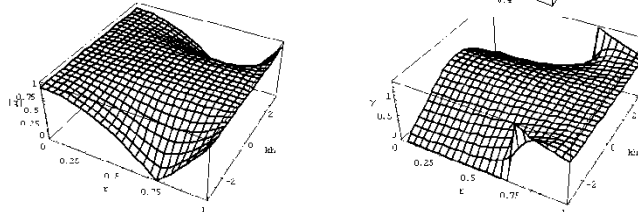
$B'BF$



AEE'^*



$B'AB$



$*-[0;0.5]$



Схема CABARET для уравнения переноса

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{u} \cdot \psi}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{v} \cdot \psi}{\partial y} = 0; \quad \mathbf{u} = w \cdot \sin(\varphi); \mathbf{v} = w \cdot \cos(\varphi)$$

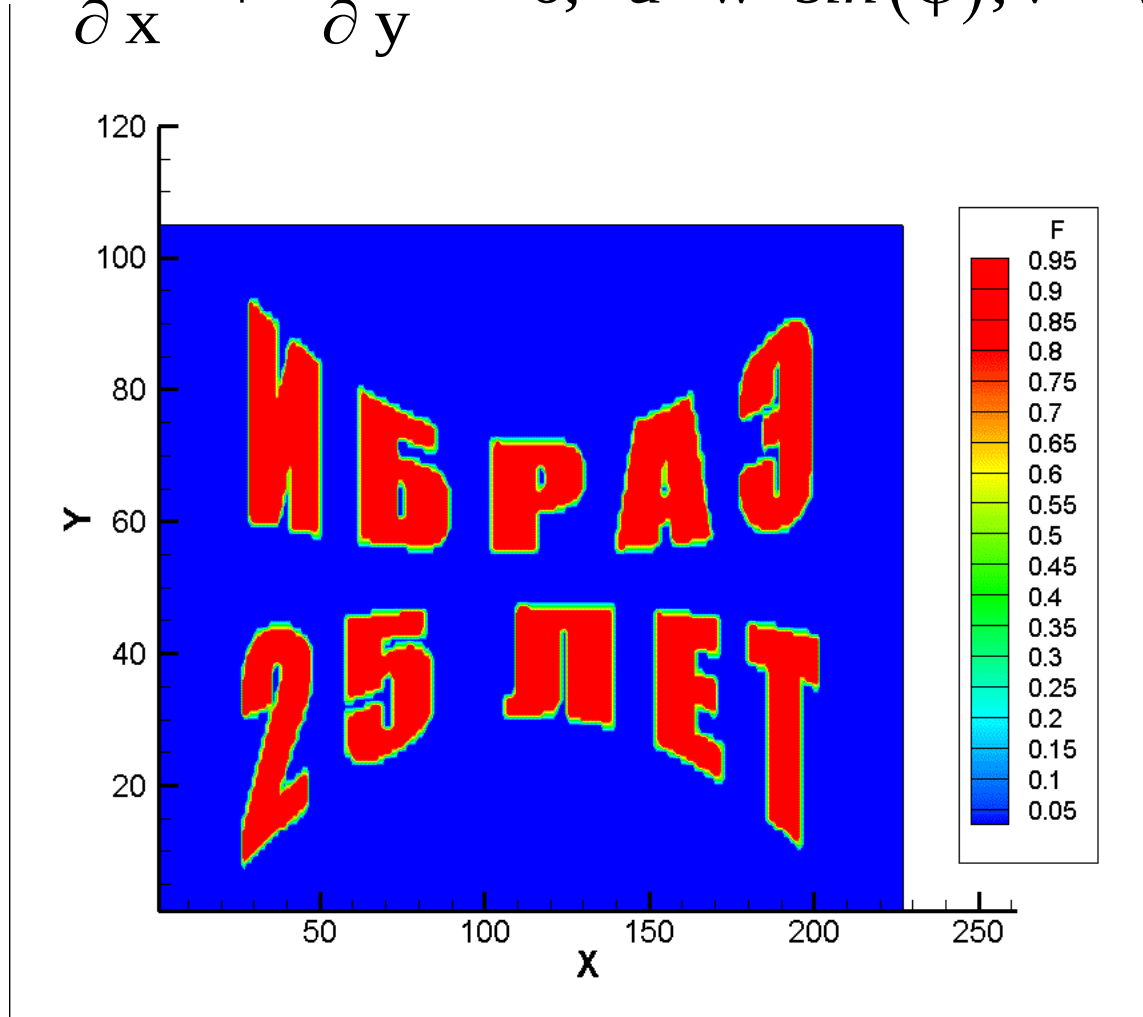
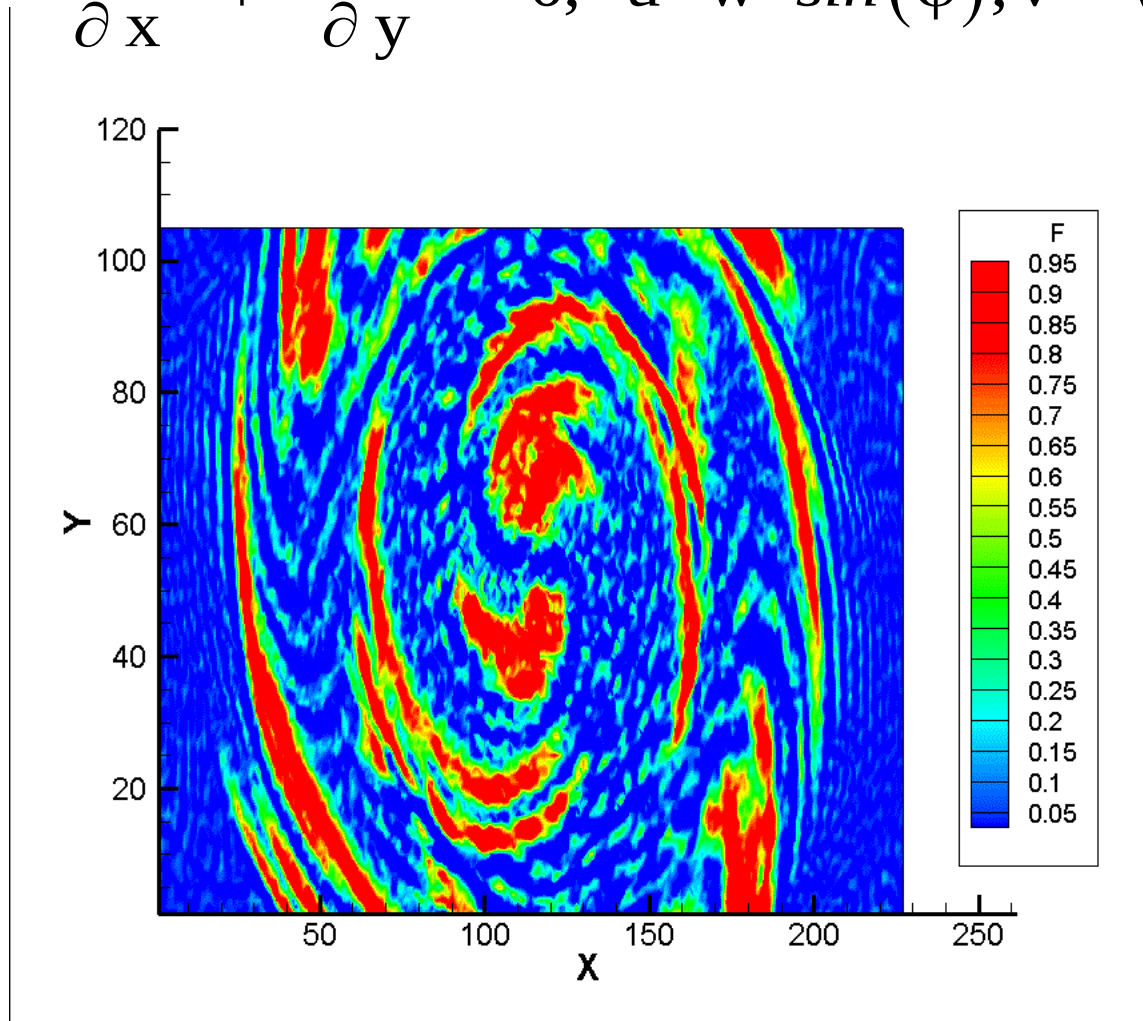


Схема CABARET для уравнения переноса

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{u} \cdot \psi}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{v} \cdot \psi}{\partial y} = 0; \quad \mathbf{u} = w \cdot \sin(\varphi); \mathbf{v} = w \cdot \cos(\varphi)$$

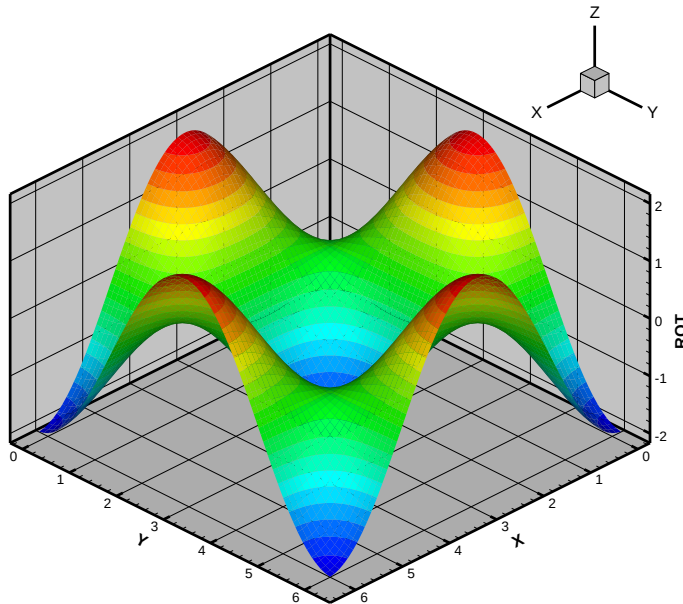




Вихрь Тейлора-Грина

$$u(x, y) = -\cos(x) \cdot \sin(y) + u_0$$

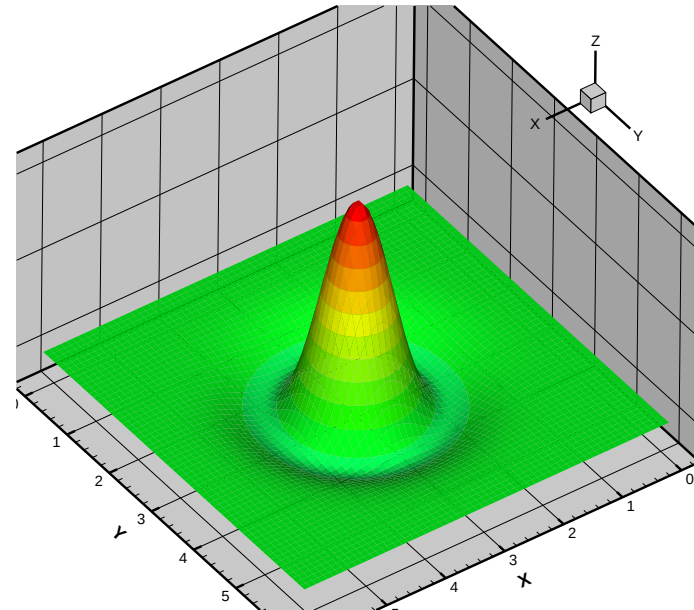
$$v(x, y) = \cos(y) \cdot \sin(x) + v_0$$



Одиночный вихрь

$$u(r) = \alpha \cdot f(r_\sigma) \cdot \exp[\beta(1 - r_\sigma^2)],$$

$$r_\sigma = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} / \sigma$$



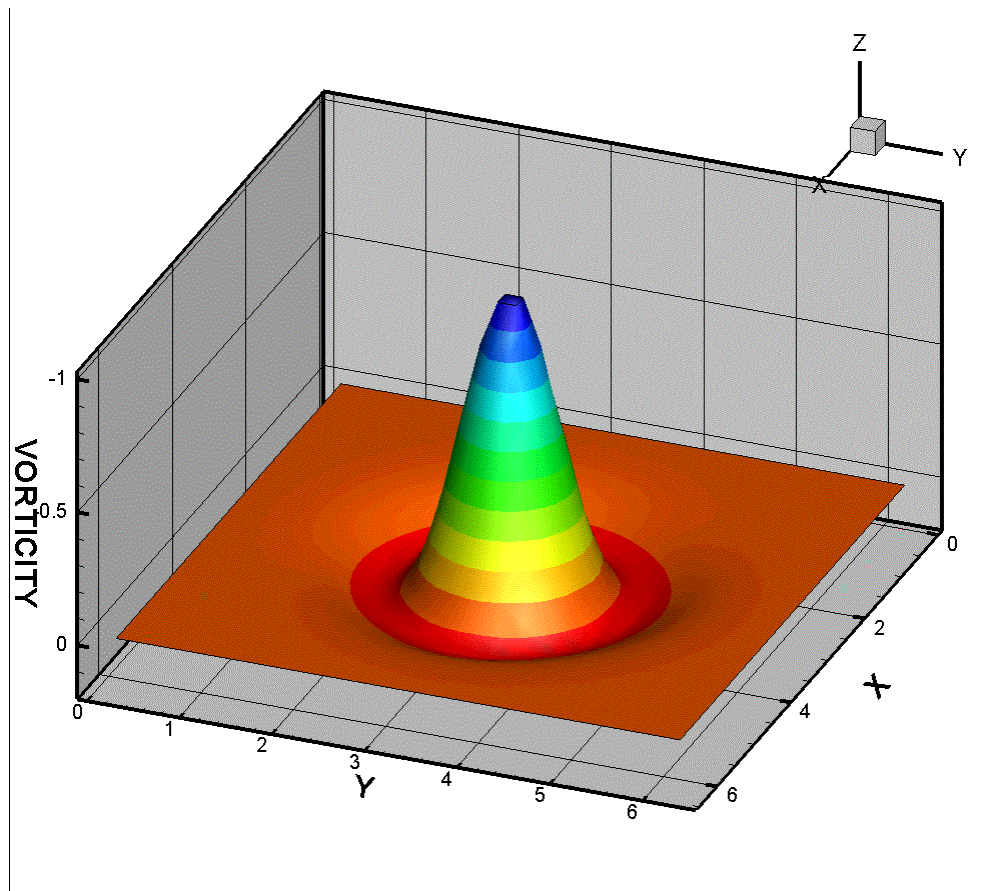


ОДИНОЧНЫЙ ВИХРЬ

Вихрь «держится», как минимум, в течение времени $T = 20\,000$ ($\sim 2\,800$ оборотов)

Сетка
32x32

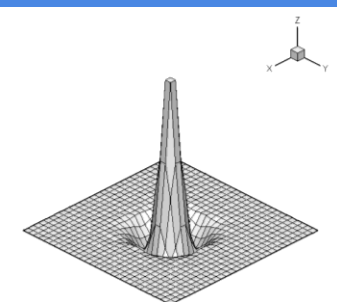
Переменные
«p-w»



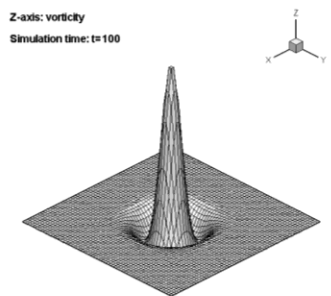
Разрешимость вихревой структуры для КАБАРЕ

Сравнение с общеизвестными схемами высокой разрешимости 2-3 порядка точности (схема Roe-MUSCL-TVD, сетка (240x240))

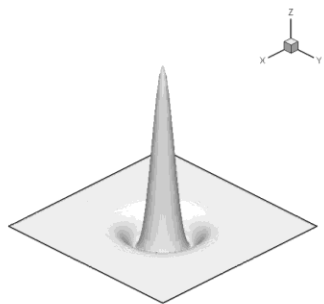
КАБАРЕ



(30x30),
1.5 ячейки
на радиус
(я.н.р.)



(60x60),
3 я.н.р.



(120x120),
6 я.н.р.

Завихренность (ротор) (t=100)

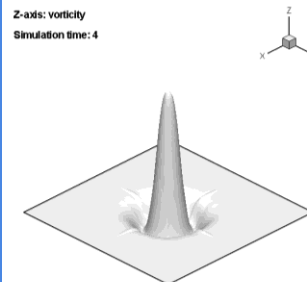
С ограничителем
потока: t=4

С ограничителем
потока: t=100

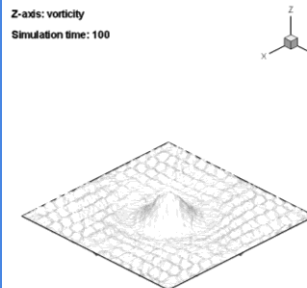
Без ограничителя
потока: t=4

Roe-MUSCL-TVD

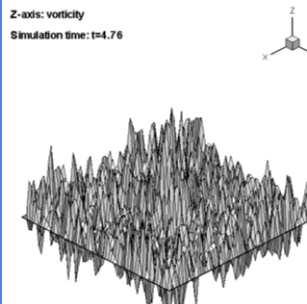
Z-axis: vorticity
Simulation time: 4



Z-axis: vorticity
Simulation time: 100



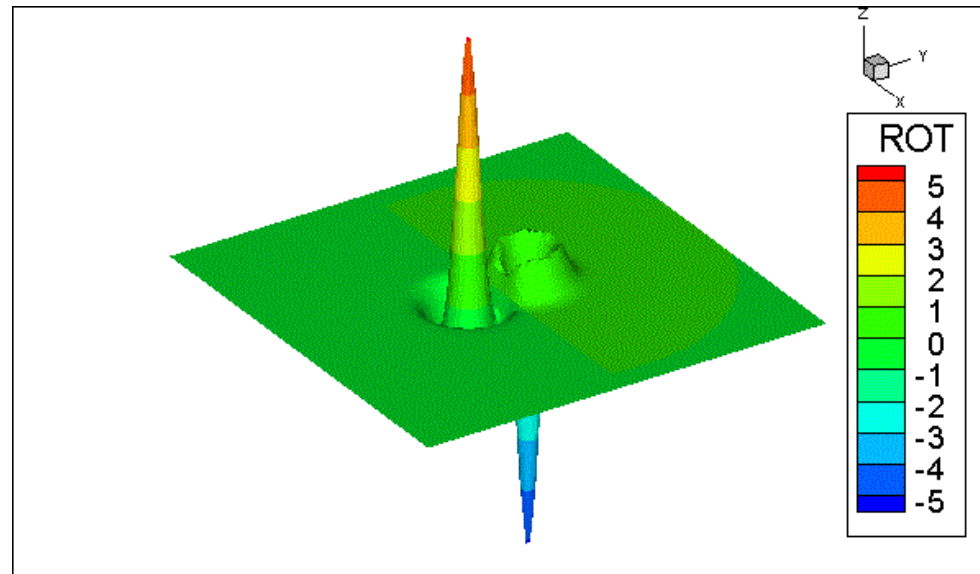
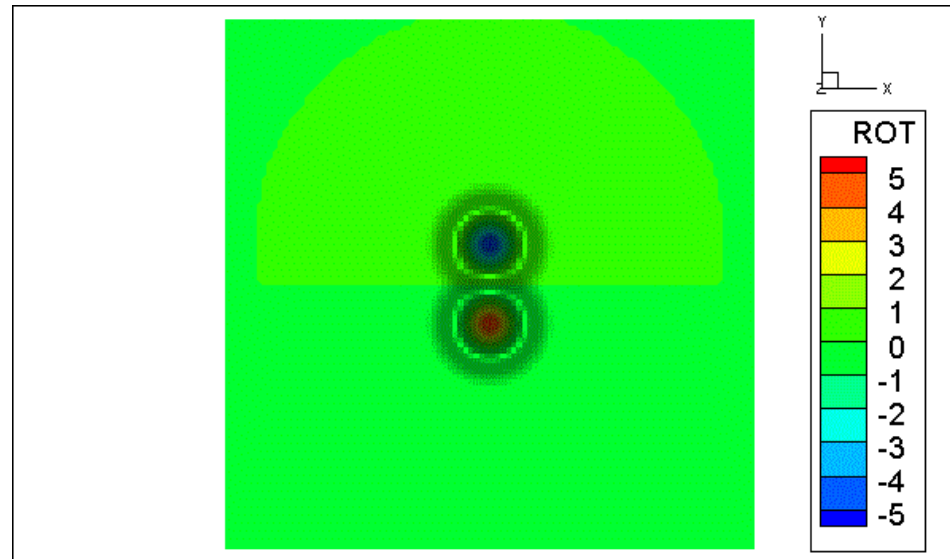
Z-axis: vorticity
Simulation time: t=4.76



12 ячеек на радиус вихря

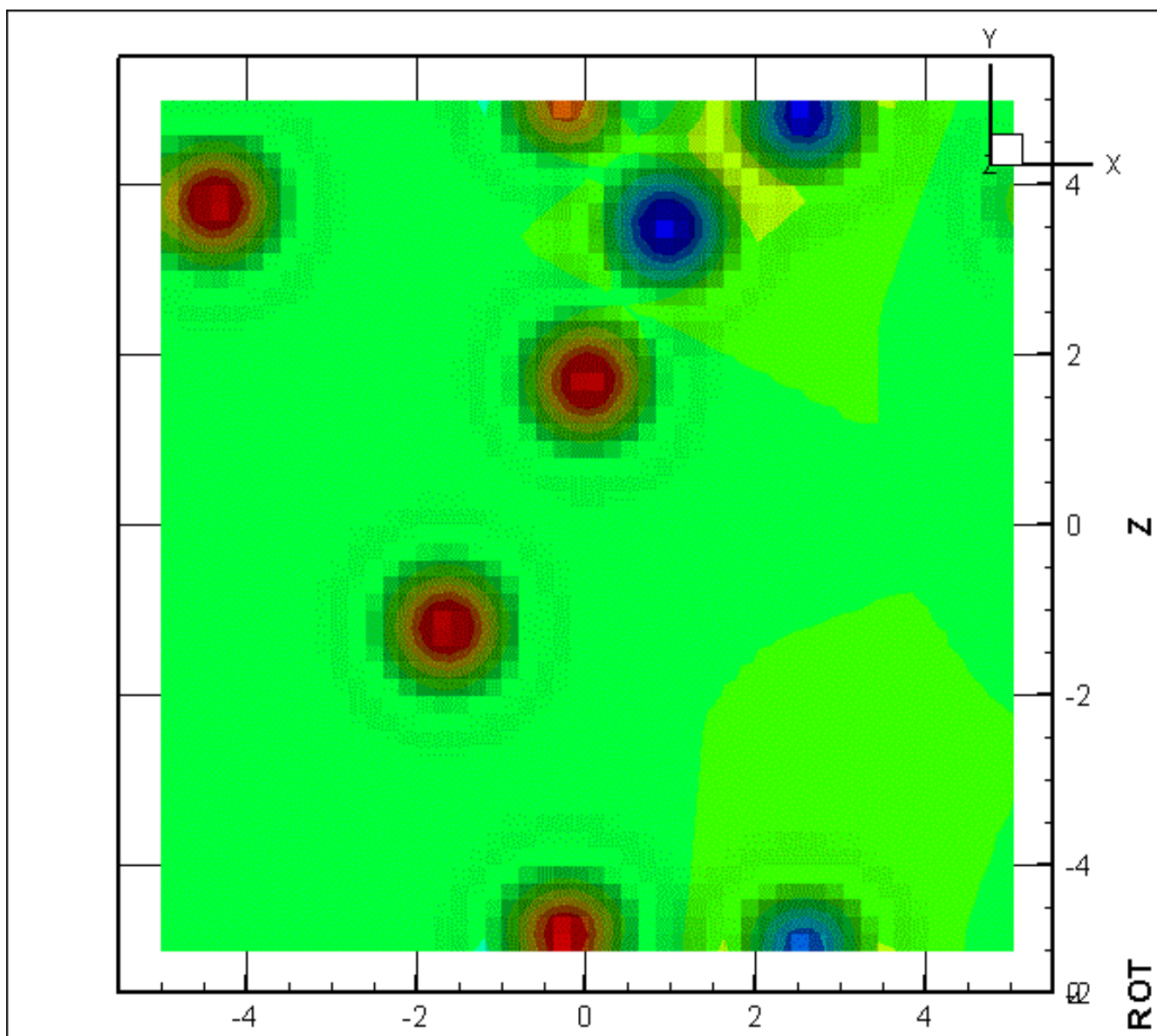


Вихревой диполь в коробке с гладкими стенками





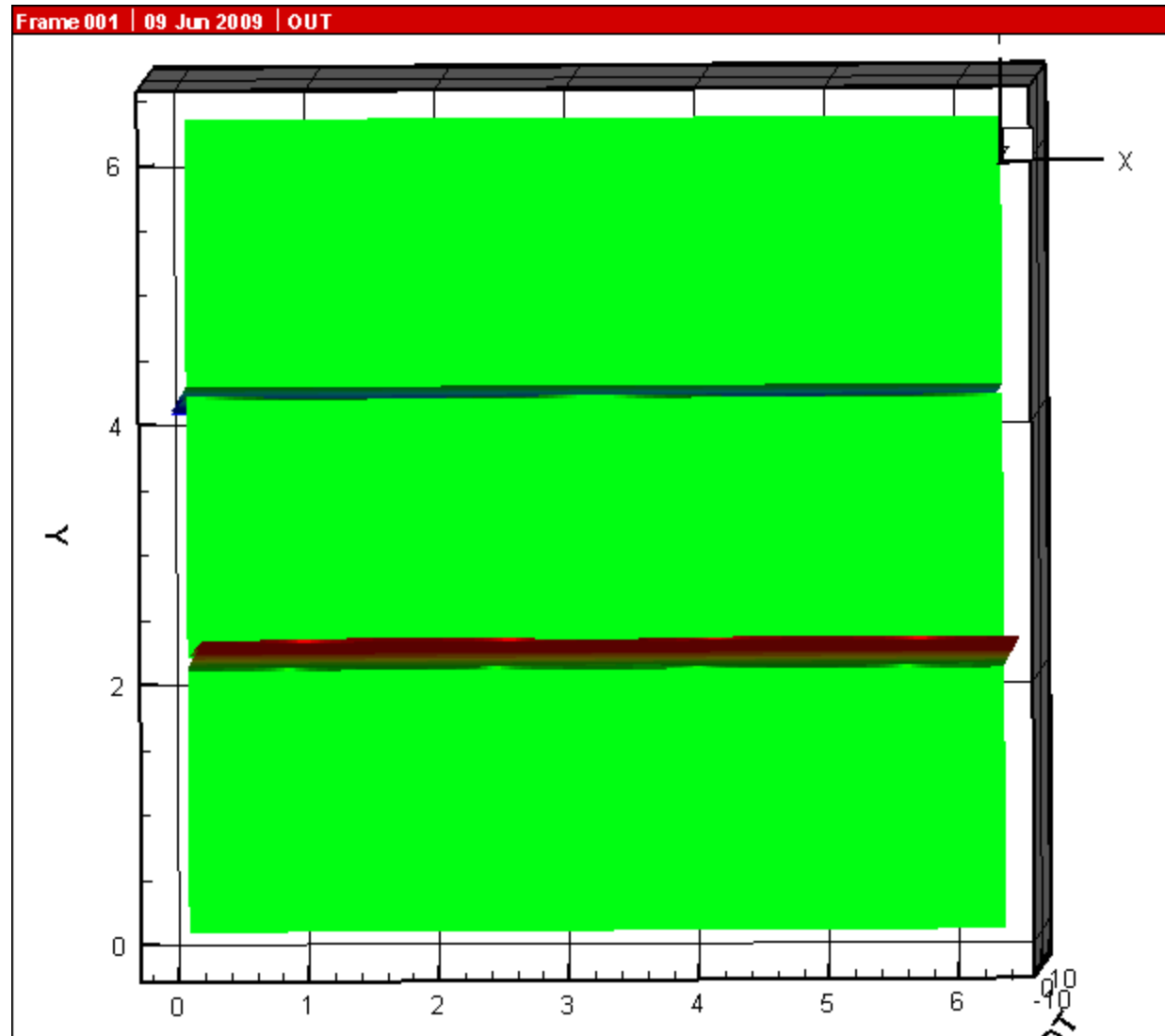
Случайное распределение вихрей в области с периодическими граничными условиями





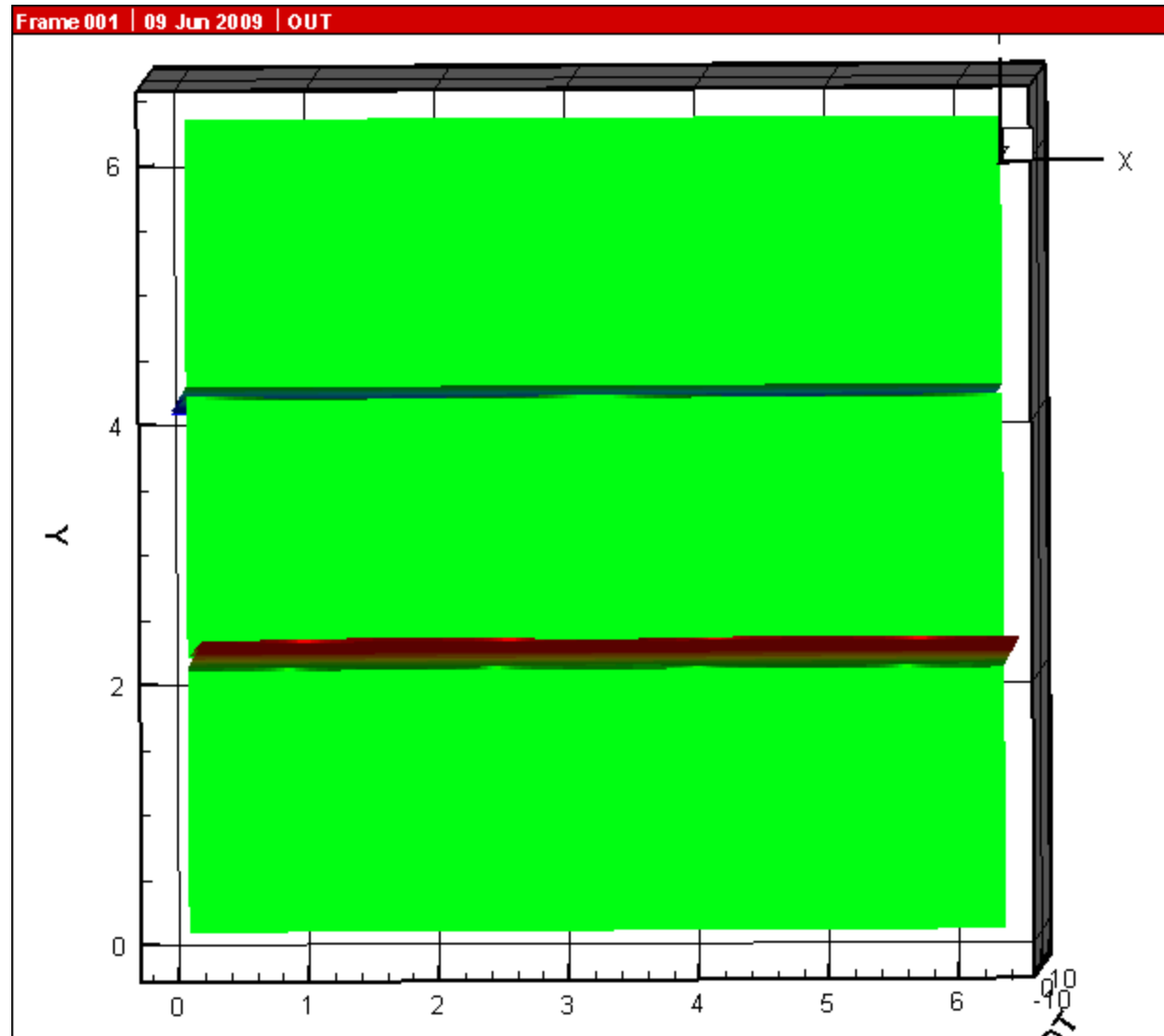
НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СТРУИ

Сетка
256x256



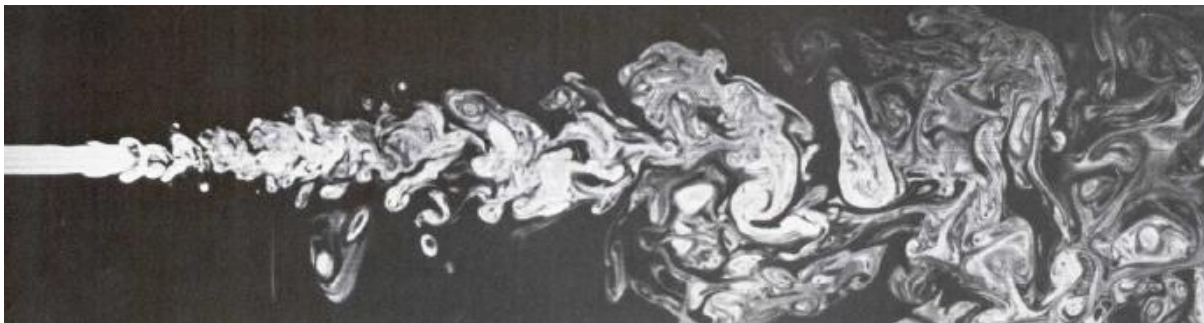
НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОЙ СТРУИ

Сетка
256x256

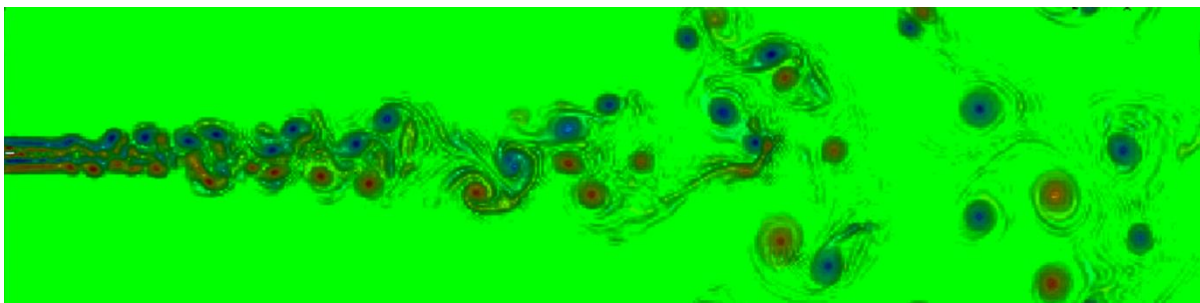




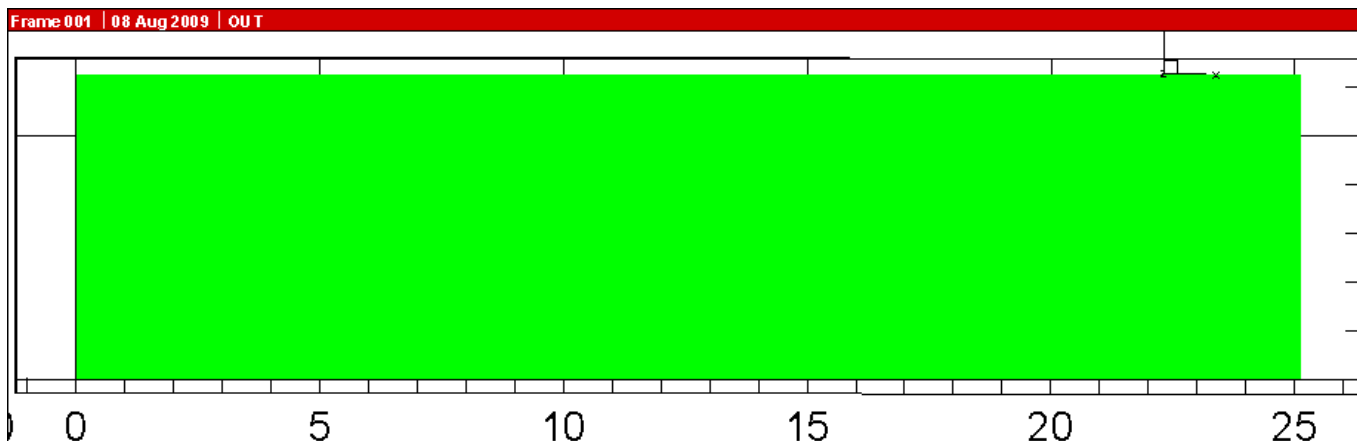
ЗАТОПЛЕННАЯ СТРУЯ



Фотография

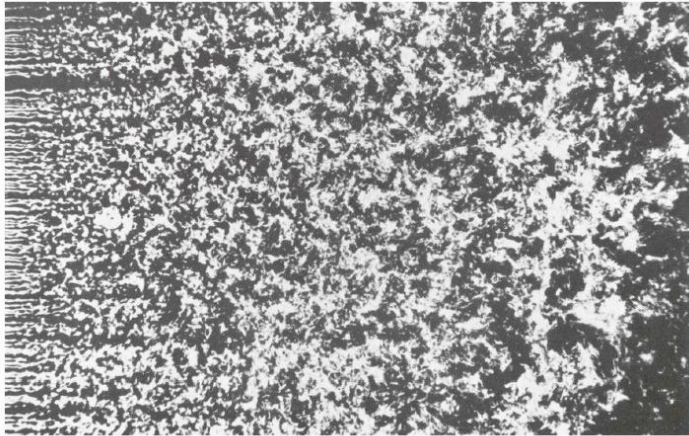


Расчет по схеме
КАБАРЕ на сетке
128x256. Поле
Завихренности



Анимация
расчета

ПОТОК ЗА ТУРБУЛИЗУЮЩЕЙ РЕШЕТКОЙ



Реальный поток

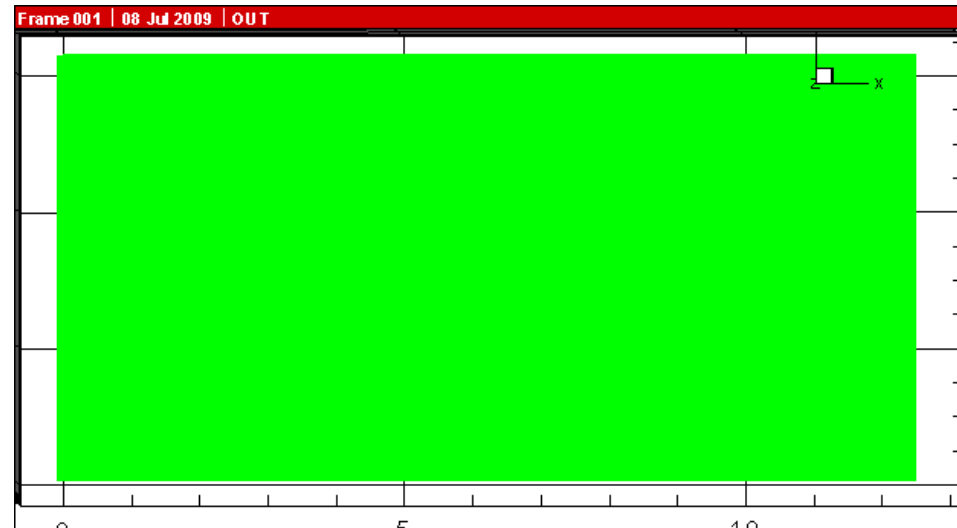


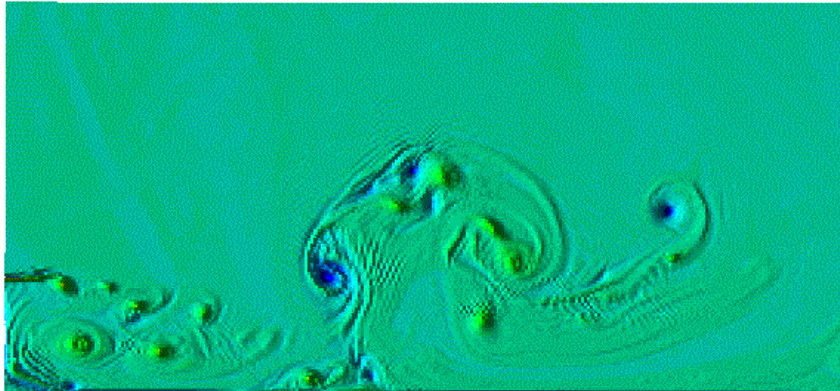
Схема КАБАРЕ на сетке 256x512

FLUENT



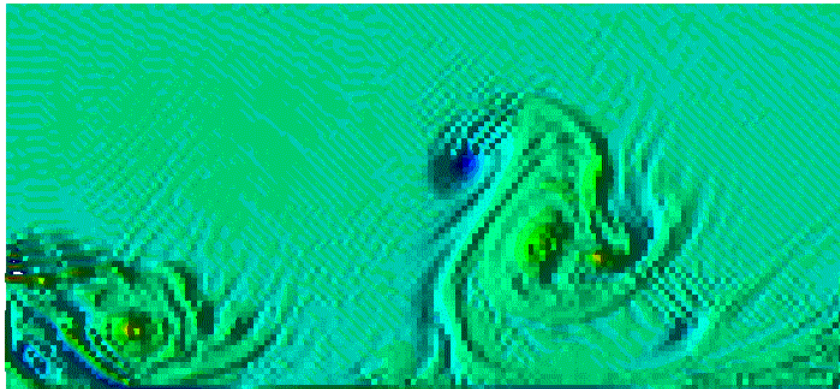
Вихревое течение за обратной ступенькой

40 расчетных ячеек на высоту уступа



$Re=5000$

20 расчетных ячеек на высоту уступа



10 ячеек на уступ

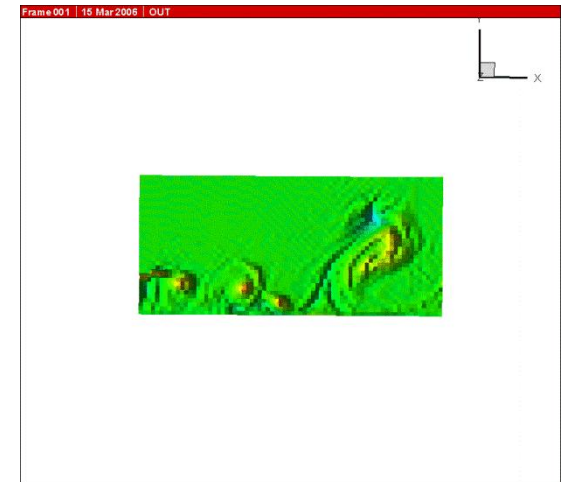


Схема КАБАРЕ воспроизводит вихревые течения на грубых сетках



Стохастические свойства однородной изотропной турбулентности

Спектральная плотность
кинетической энергии

$$dE_{kin} = E_k(|k|) \cdot d|k|$$

Структурные функции

$$\delta v_l = |v_l(\mathbf{r} + \mathbf{l}) - v_l(\mathbf{r})|; \quad S_q(l) = \langle \delta v_l^q \rangle$$

В одномерном случае: $E_k(k) \propto k^{-2}$ $S_q(l) \propto (\varepsilon_u \cdot l)^{q/2}$

В двумерном случае: $E_k(k) \propto k^{-3}$; $S_q(l) \propto (\varepsilon_{ens}^{q/3} \cdot l^q)$

В трехмерном случае:

Закон Колмогорова:

$$E_k(k) \propto k^{-5/3}$$

Закон Колмогорова-Обухова:

$$\delta v_l \sim (\varepsilon_e \cdot l)^{1/3} \longrightarrow S_q(l) \propto (\varepsilon_e \cdot l)^{q/3}$$

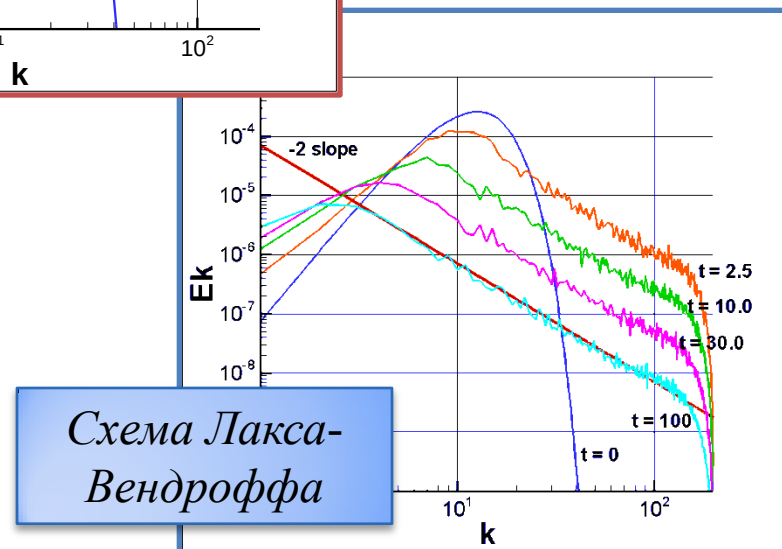
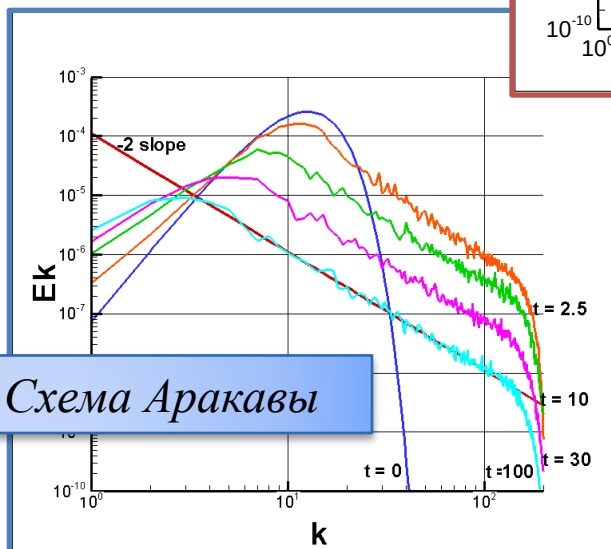
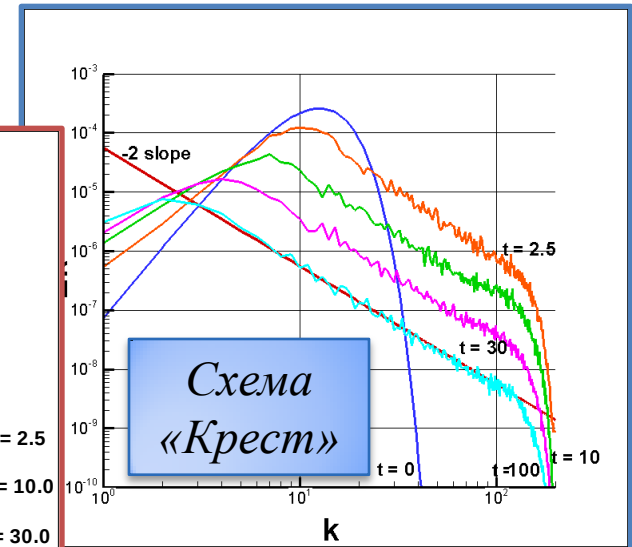
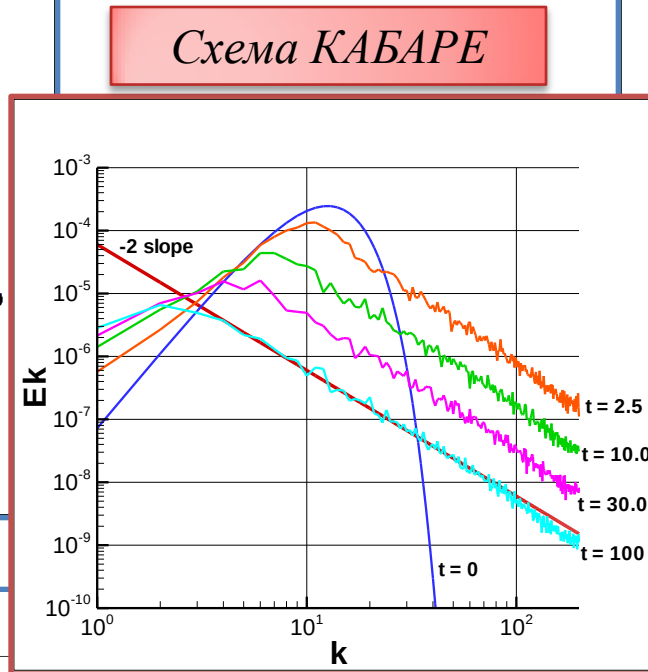
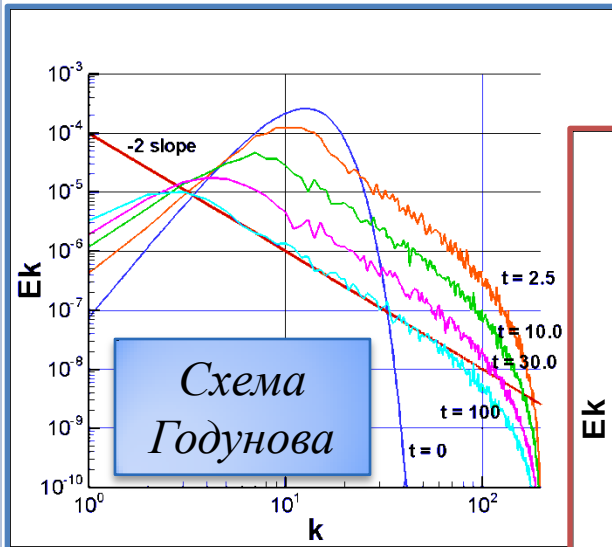
В области доминирования каскада спиральности:

$$E_k(k) \propto k^{-7/3}$$

$$\delta v_l \propto (\varepsilon_H \cdot l^2) \longrightarrow S_q(l) \propto (\varepsilon_H \cdot l^2)^{q/3}$$



СПЕКТРЫ ЭНЕРГИИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ





ИБРАЭ

СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ

$$S_q(l) \propto (\varepsilon_u \cdot l)^{q/2}$$

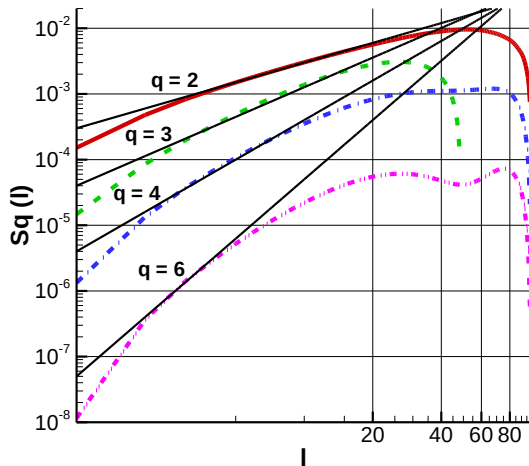


Схема
Годунова

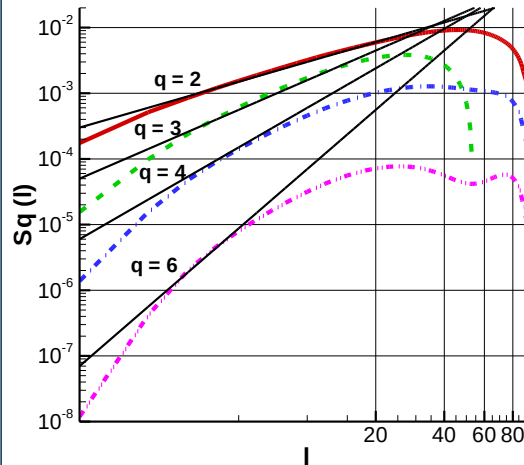


Схема
«Крест»

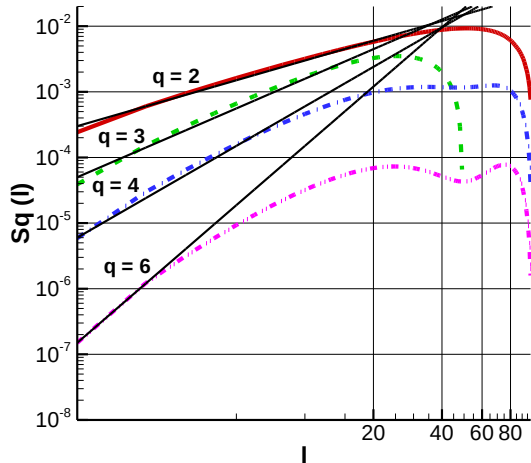


Схема
КАБАРЕ

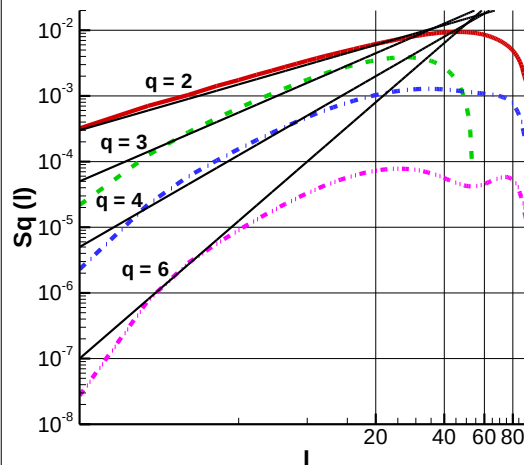
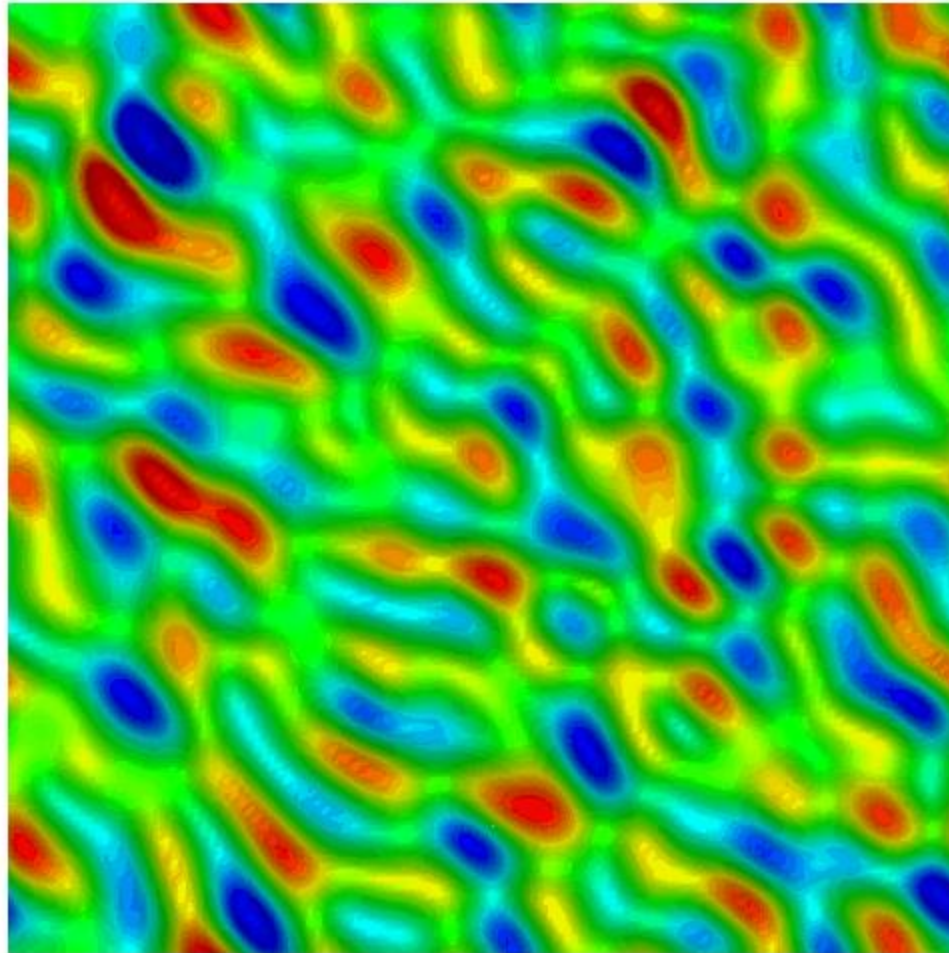


Схема Лакса-
Вендроффа



МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАТУХАНИЯ ОДНОРОДНОЙ И ИЗОТРОПНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

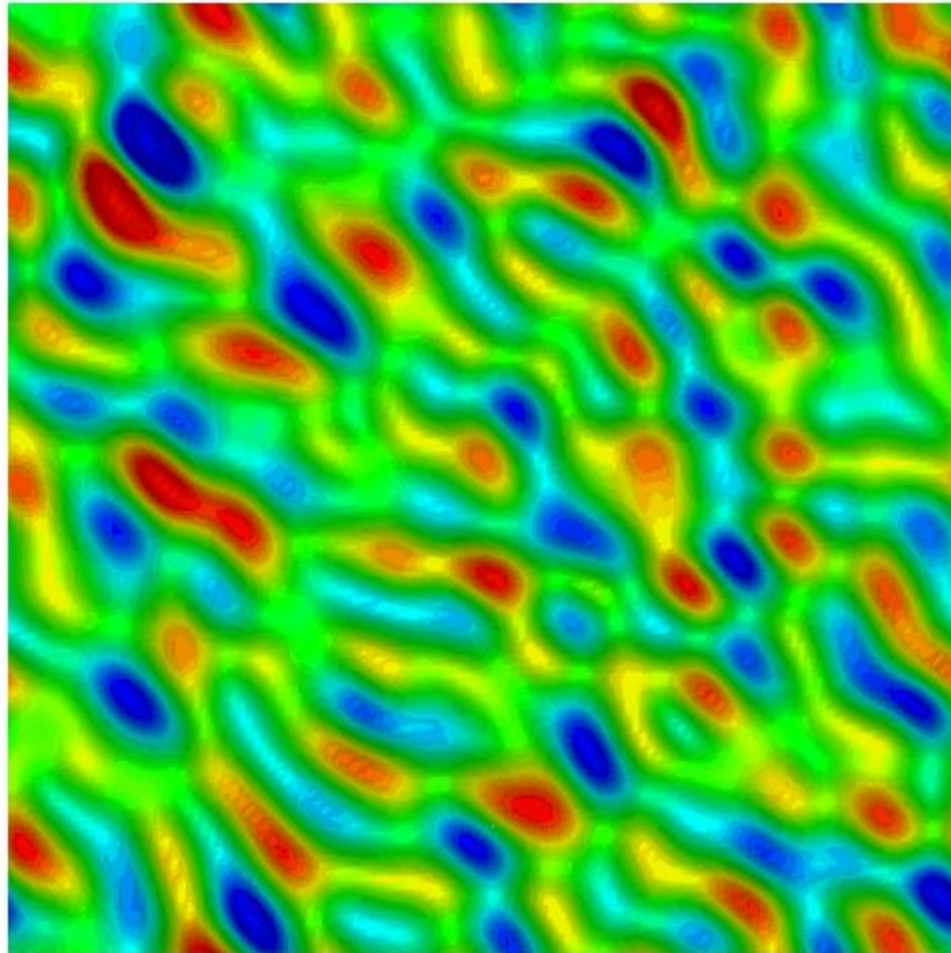
Сетка
128x128





МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАТУХАНИЯ ОДНОРОДНОЙ И ИЗОТРОПНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Сетка
128x128

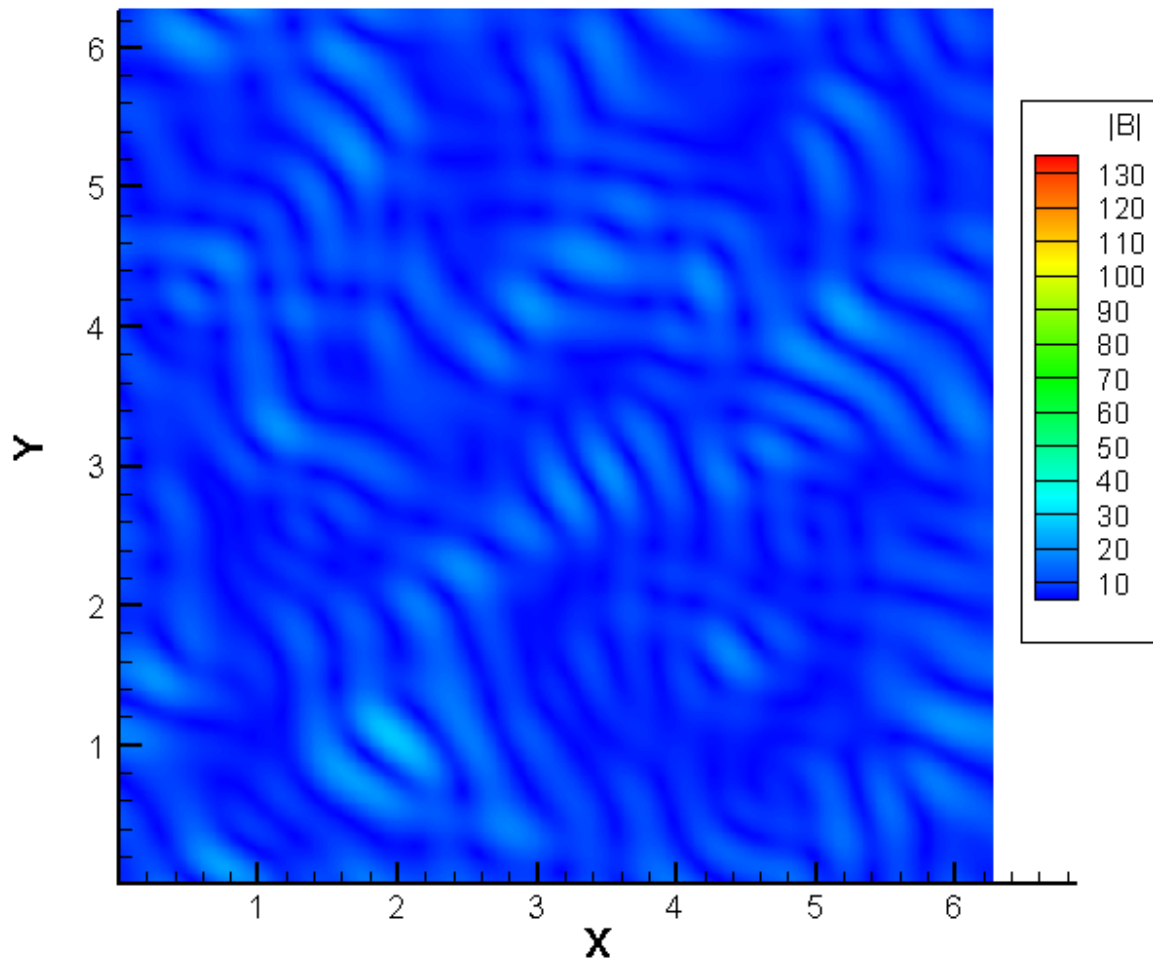




ИБРАЭ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАТУХАНИЯ ОДНОРОДНОЙ И ИЗОТРОПНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

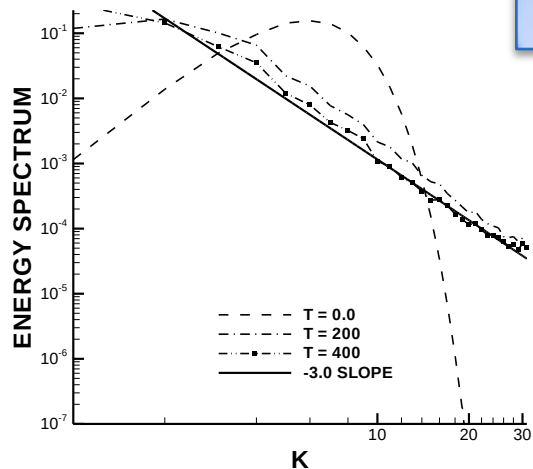
Сетка
512x512



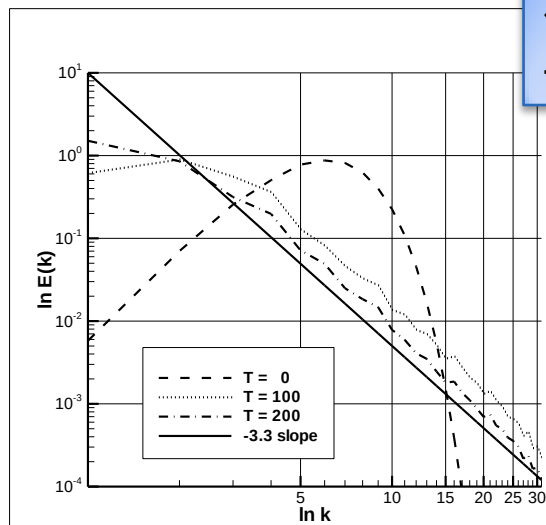


СПЕКТРЫ ЭНЕРГИИ ДЛЯ СХЕМ «КАБАРЕ» И АРАКАВЫ НА СЕТКЕ 64X64

« ω - ψ »
-3 slope



« ω -U»
-3.3 slope



«U-P»
-3 slope

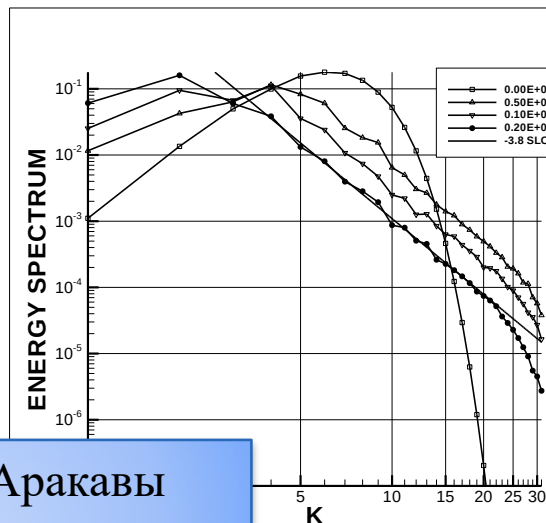
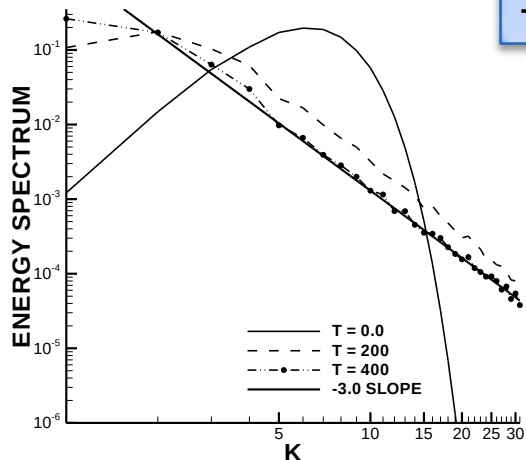
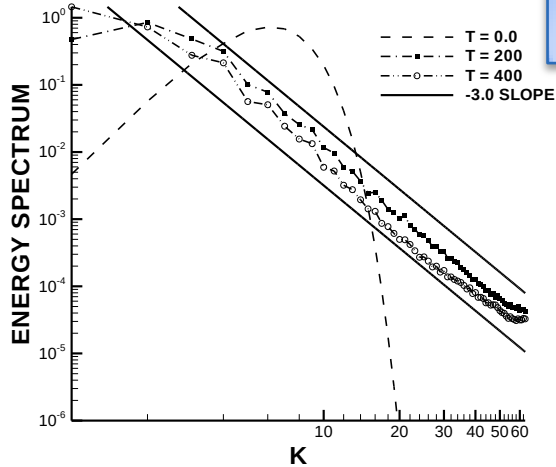


Схема Аракавы
-3.8 slope

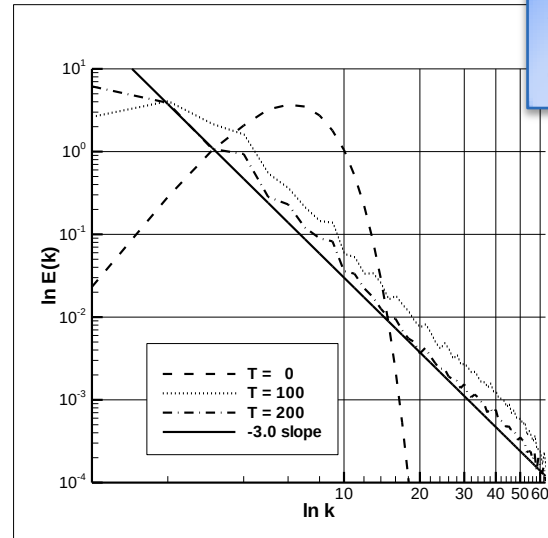


СПЕКТРЫ ЭНЕРГИИ ДЛЯ СХЕМ «КАБАРЕ» И АРАКАВЫ НА СЕТКЕ 128X128

« ω - ψ »
-3 slope



« ω -U»
-3 slope



«U-P»
-3 slope

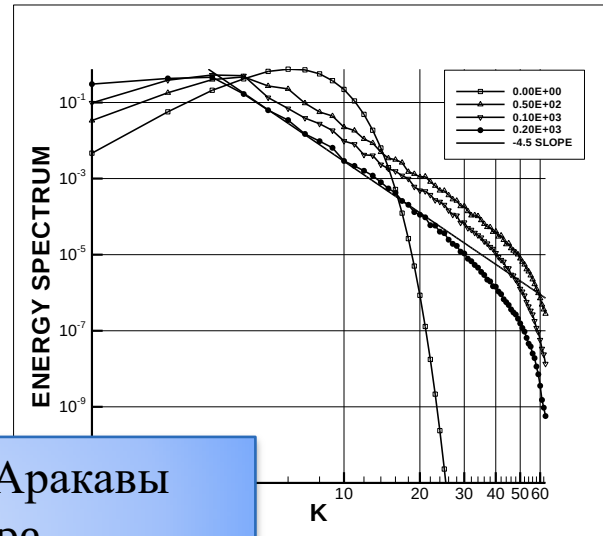
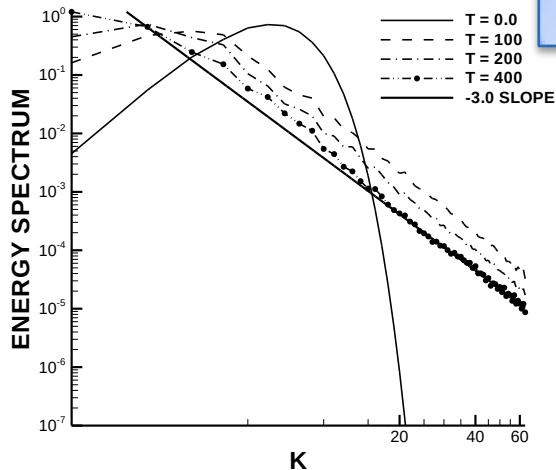
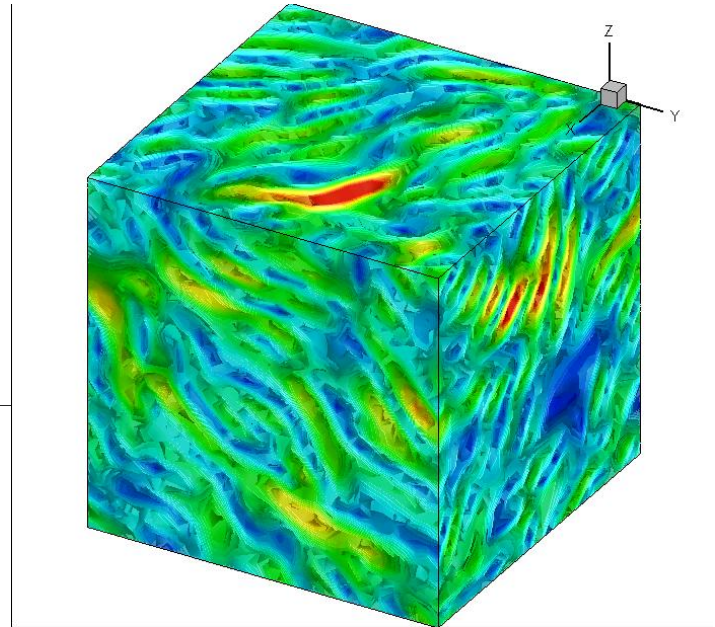
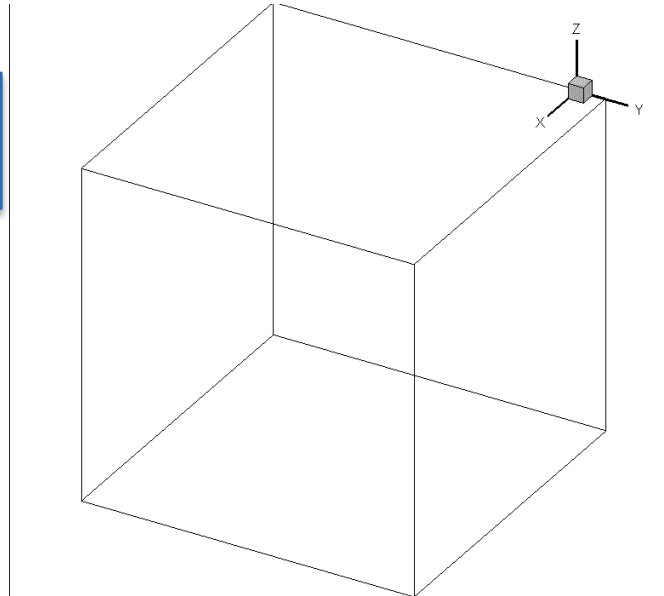


Схема Аракавы
-4.5 slope



МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАТУХАНИЯ ОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Сетка
64x64x64

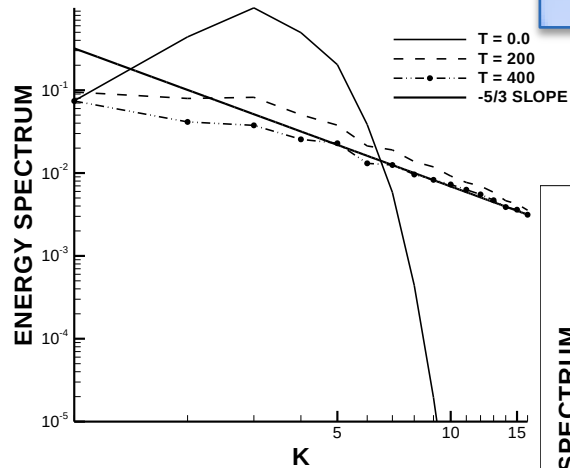


*Изоповерхности
поля модуля
завихренности*

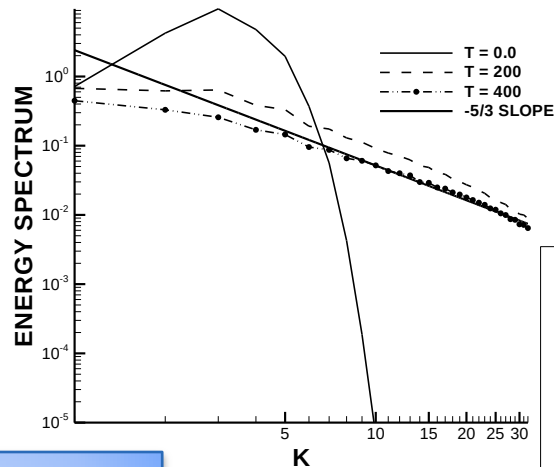


МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАТУХАНИЯ ОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

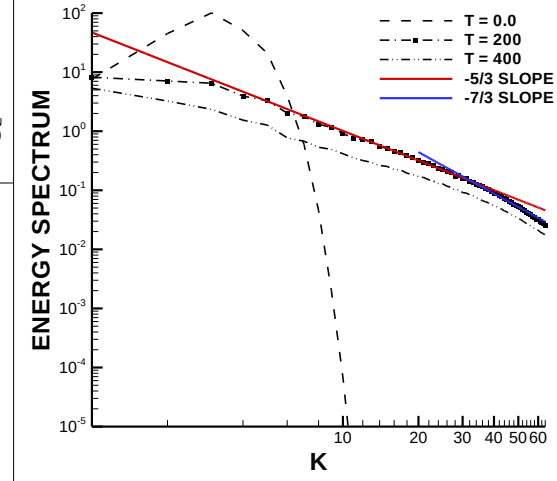
Энергетические спектры для
схемы «КАБАРЕ» в 3D



32x32x32
-5/3 slope

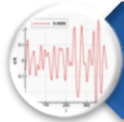


64x64x64
-5/3 slope

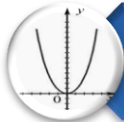


128x128x128
-5/3, -7/3 slopes

СОДЕРЖАНИЕ



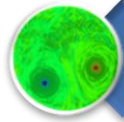
Турбулентность морских течений



Статистическое описание турбулентности


$$\frac{u_{i+1/2}^{n+1/2} - u_{i+1/2}^n}{\tau/2}$$

Спектры турбулентных течений



Идеальный вихреразрешающий алгоритм (Perfect LES)

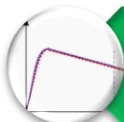
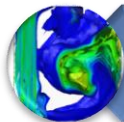


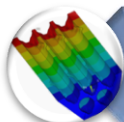
Схема КАБАРЕ



Расчеты с полным разрешением спектра



Расчеты с неполным разрешением спектра

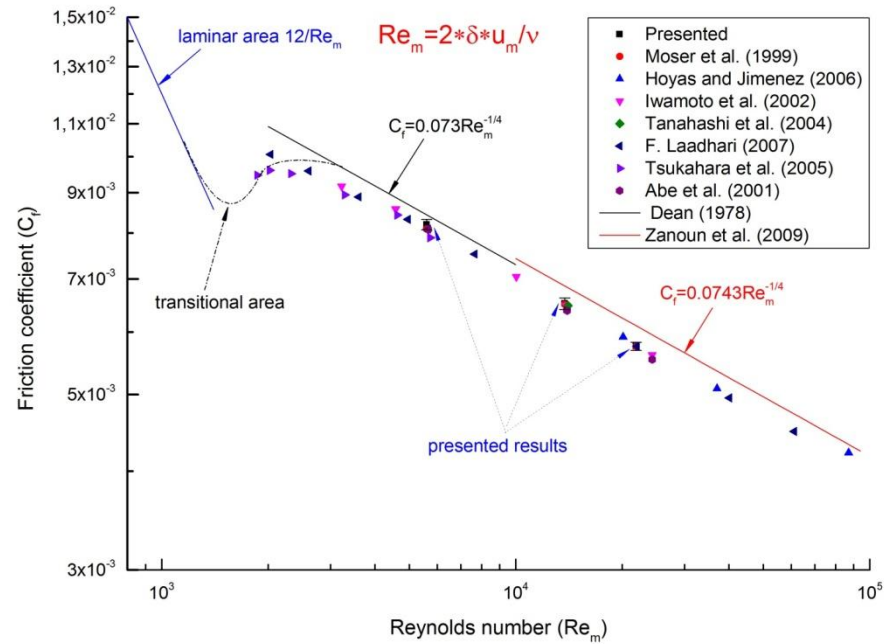
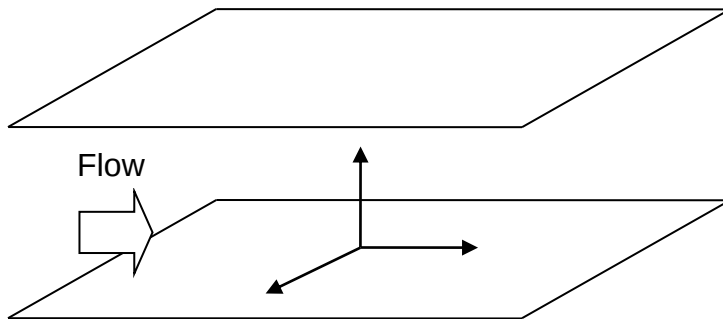


Многокомпонентные течения и мелкая вода



ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИСТЕННОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

1. Моделируется течение между двумя плоскими бесконечными пластинами для получения осредненных характеристик пристенного турбулентного течения
2. Направление течения вдоль оси X, вдоль этого направления каждый шаг по времени проводится корректировка расхода. По направлениям X, Z заданы периодические условия на скорость и давление
3. На верхней и нижней горизонтальной плоскости задаются условия прилипания
4. Расчет проводится при трех числах Рейнольдса $Re_m = 5600, 13760, 21900$, чтобы сравниться с DNS расчетами Moser/Kim/Moin (1987 - 1999)
5. Сетка ортогональная – $512 \times 256 \times 256$ ячеек, используется сгущение сетки вблизи стенок для учета особенностей течения в пограничном слое. Размеры области - $4\delta \times 2\delta \times 2\delta$ (δ – полувысота канала) для $Re_m = 5600$, и $2\delta \times 2\delta \times \delta$ для $Re_m = 13760, 21900$

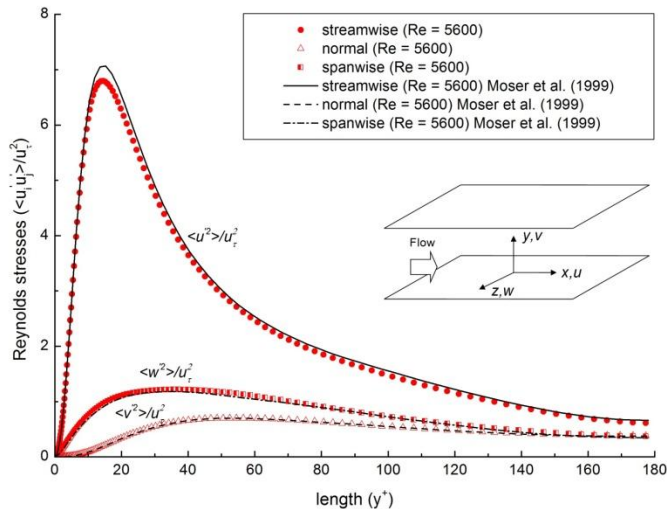


Зависимость коэффициента сопротивления
от числа Рейнольдса

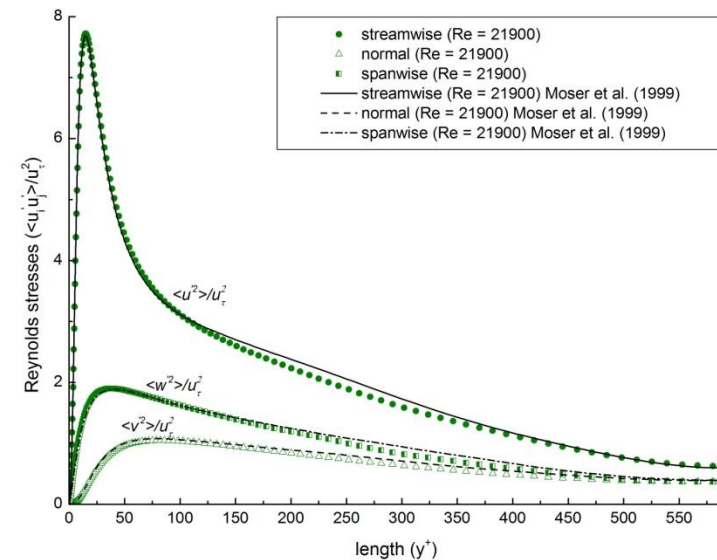


ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИСТЕННОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Компоненты тензора
турбулентных напряжений $Re_m = 5600$



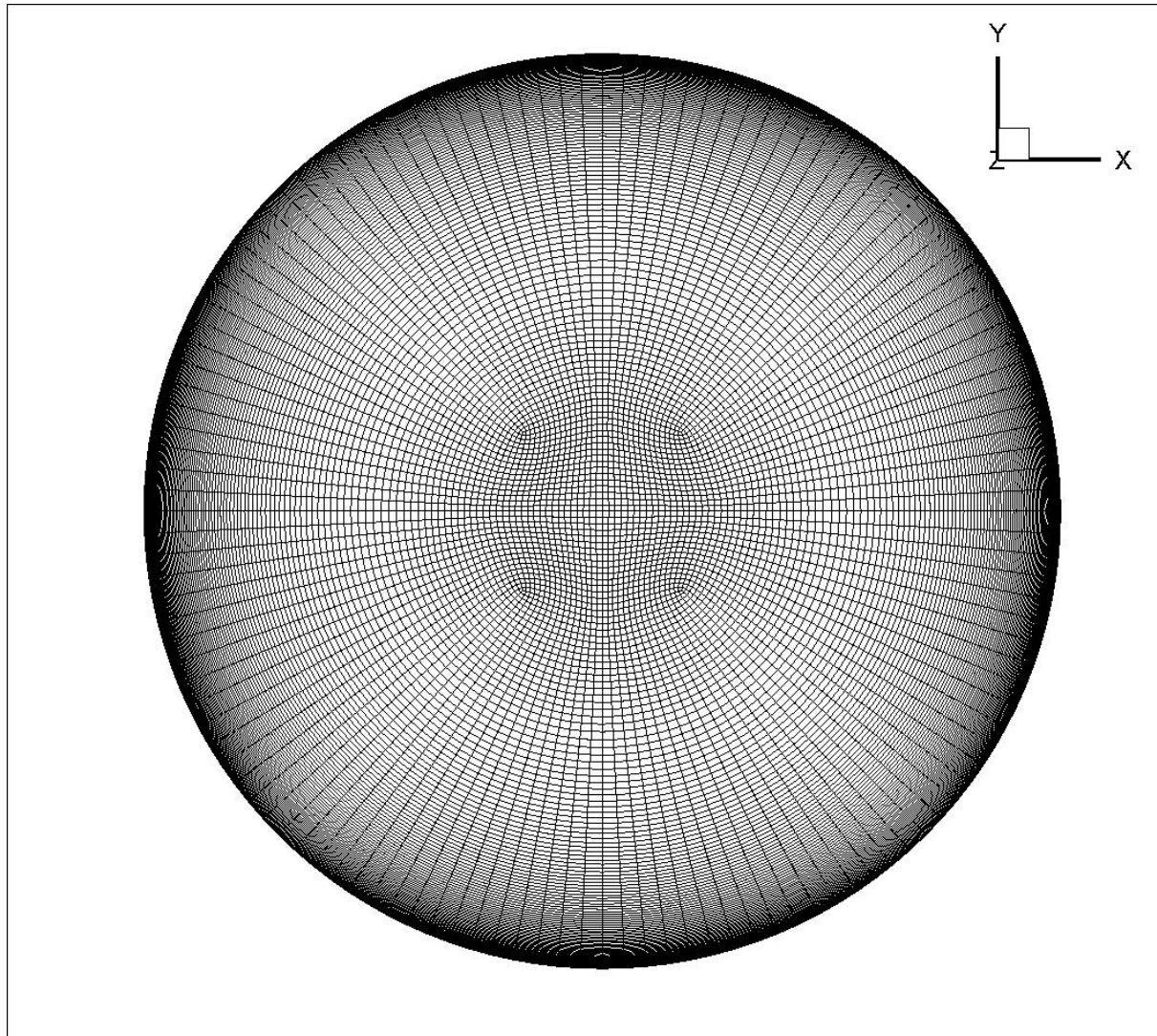
Компоненты тензора
турбулентных напряжений $Re_m = 21900$



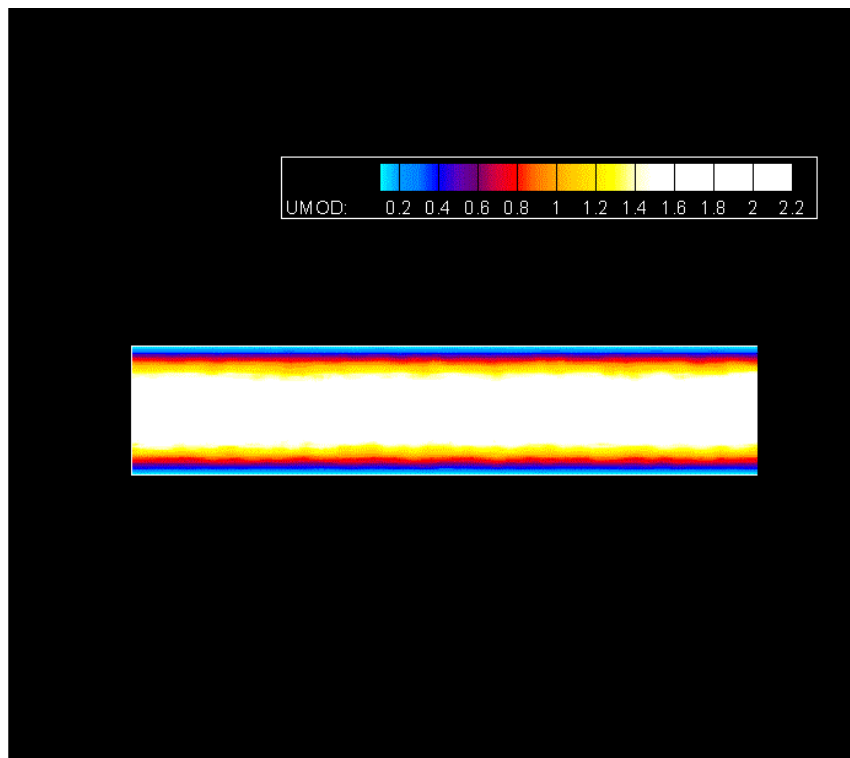
Результаты расчетов сравнивались с Moser et al. 1999 и показали хорошее совпадение в пристенной области. Отличие наблюдается в только области турбулентного ядра. Полученные коэффициенты сопротивления более близки к экспериментальным данным.

Течение в трубе при числе
Рейнольдса 5300

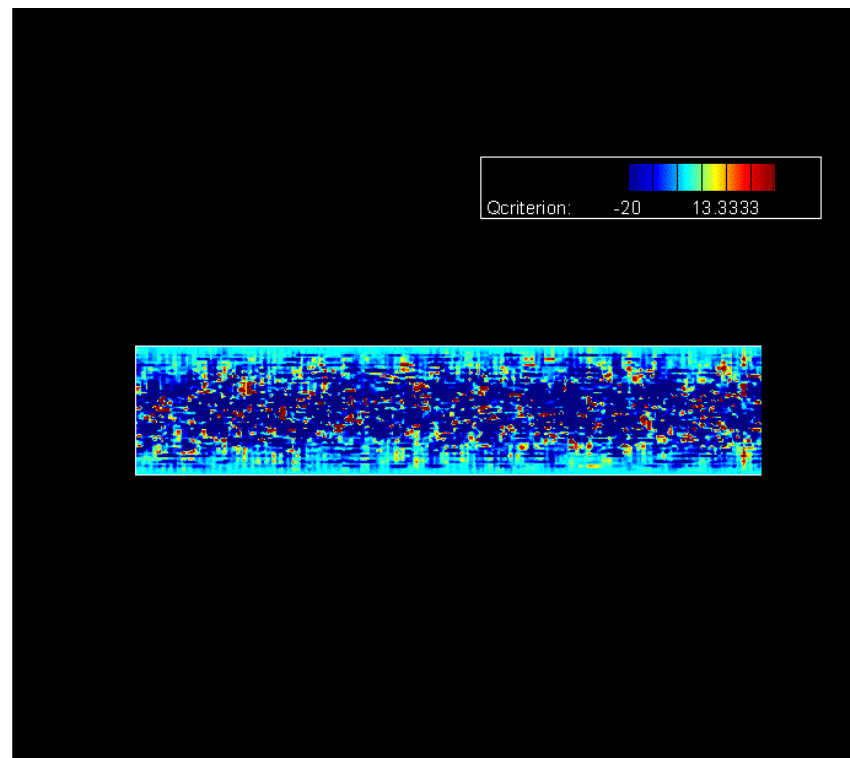
Сетка (3.75 млн. ячеек; в центре $\Delta r^+ = 3$, $\Delta \varphi^+ = 3$;
на границе $\Delta r^+ = 0.3$, $\Delta \varphi^+ = 8$; по оси Z - $\Delta z^+ = 7$)



Течение в сечении трубы

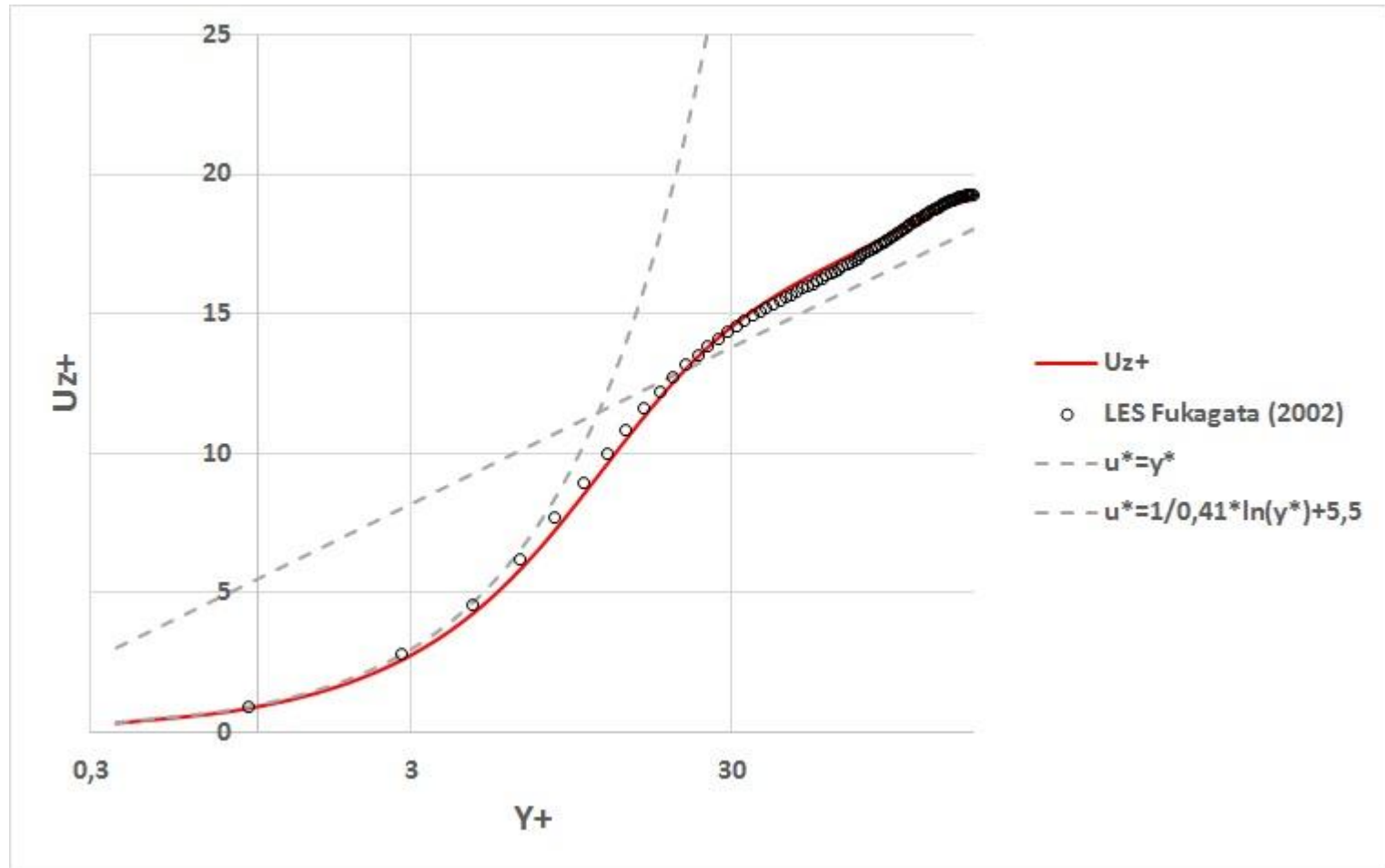


Модуль скорости

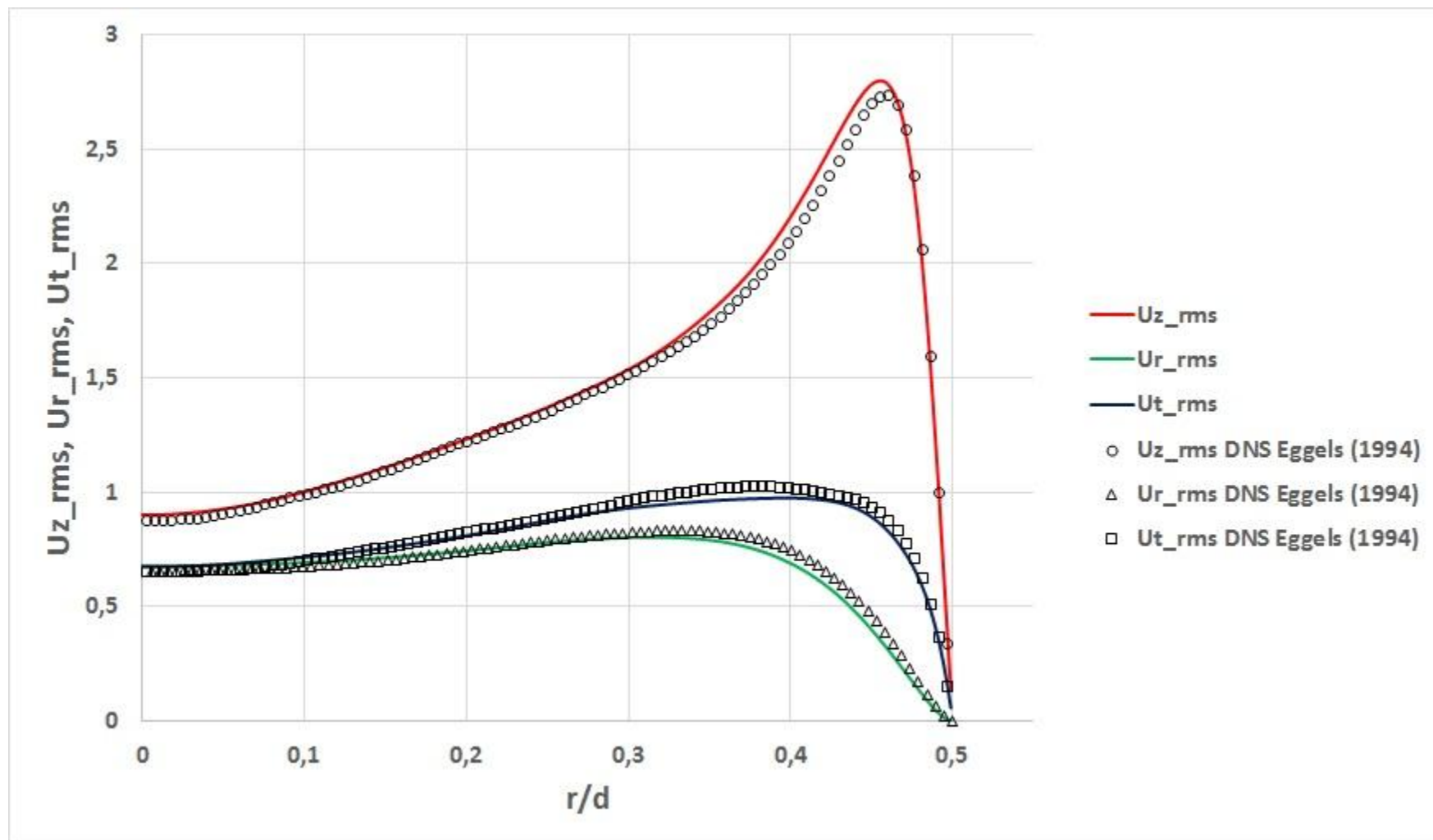


Qcriterion

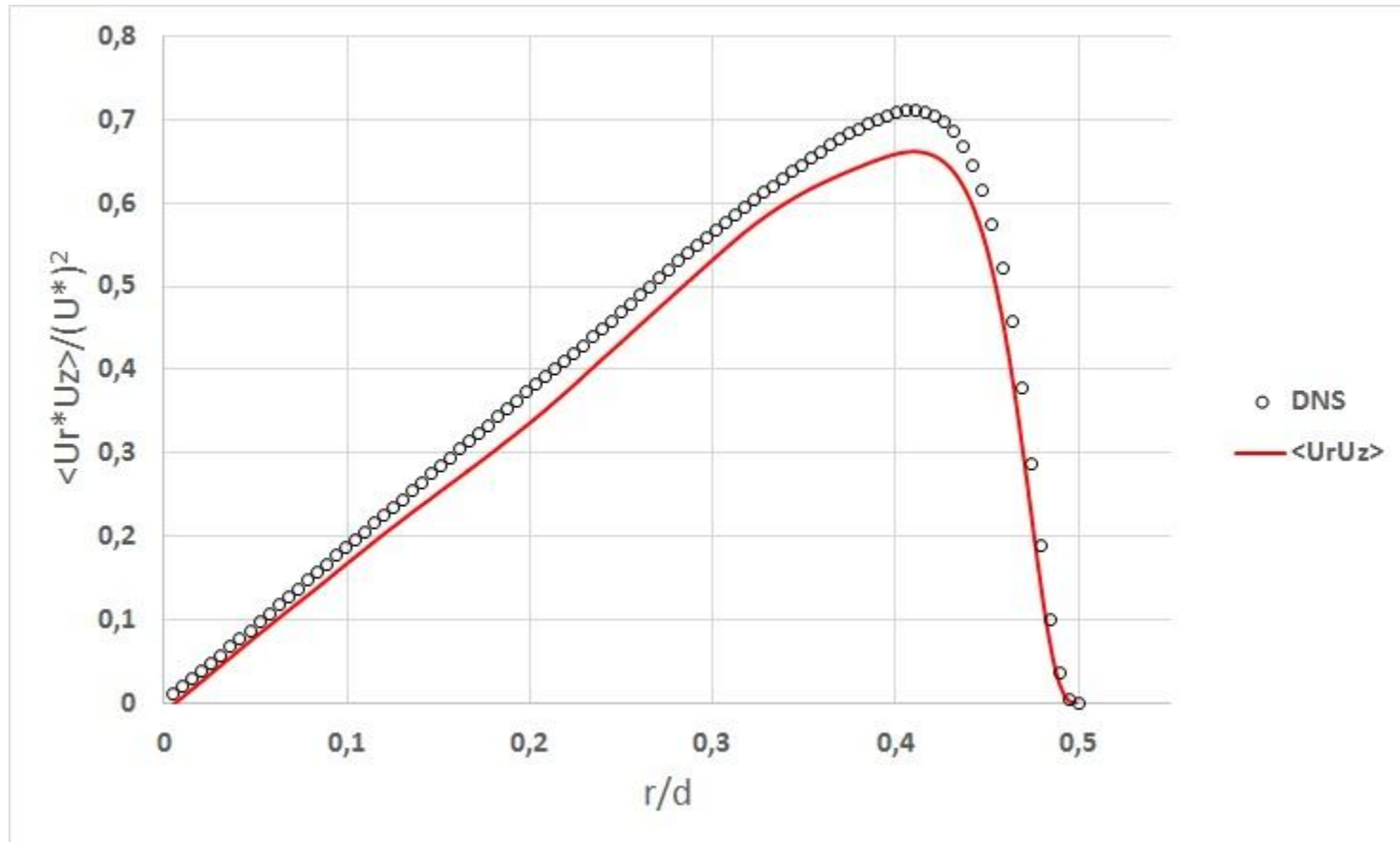
Профиль скорости



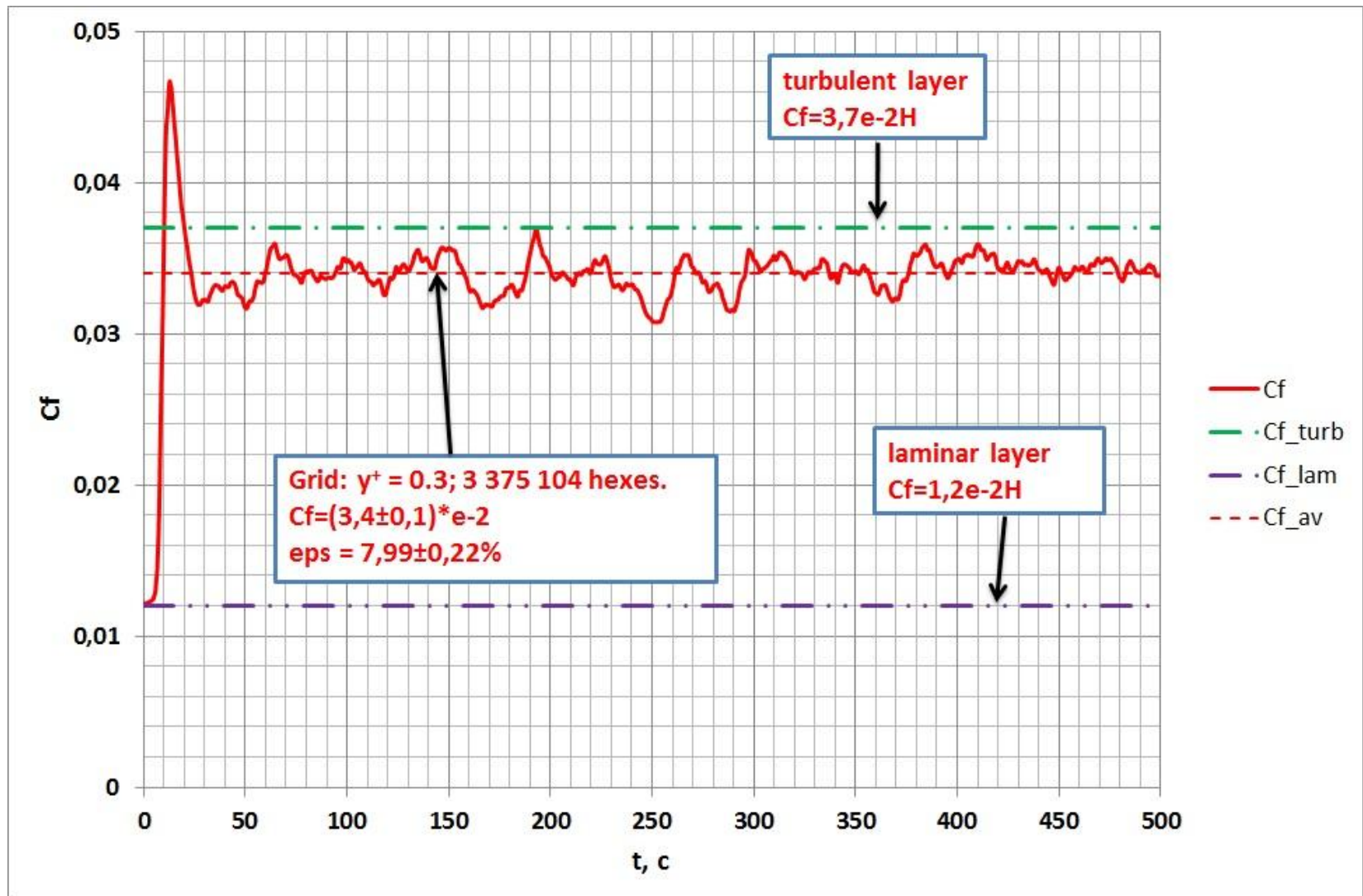
RMS пульсаций скоростей



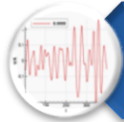
Турбулентные напряжения $\tau = \langle U_r \cdot U_z \rangle$



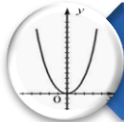
Коэффициент сопротивления



СОДЕРЖАНИЕ



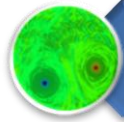
Турбулентность морских течений



Статистическое описание турбулентности


$$\frac{u_{i+1/2}^{n+1/2} - u_{i+1/2}^n}{\tau/2}$$

Спектры турбулентных течений



Идеальный вихреразрешающий алгоритм (Perfect LES)

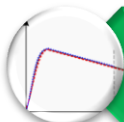
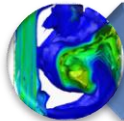


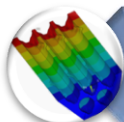
Схема КАБАРЕ



Расчеты с полным разрешением спектра



Расчеты с неполным разрешением спектра



Многокомпонентные течения и мелкая вода



Свободная конвекция. Современные методики моделирования

Parameter-free symmetry-preserving regularization modeling of a turbulent differentially heated cavity

F.X. Trias^{a,b,*}, R.W.C.P. Verstappen^b, A. Gorobets^a, M. Soria^a, A. Oliva^a

^aCentre Tecnològic de Transferència de Calor, Technical University of Catalonia, ETSEIAT c/Colom 11, 08222 Terrassa, Spain

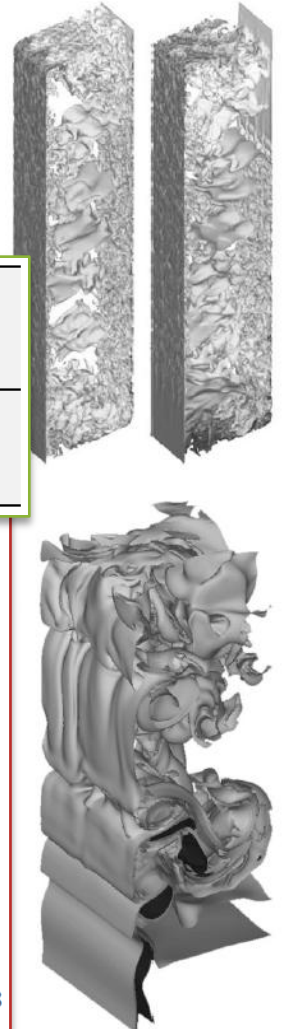
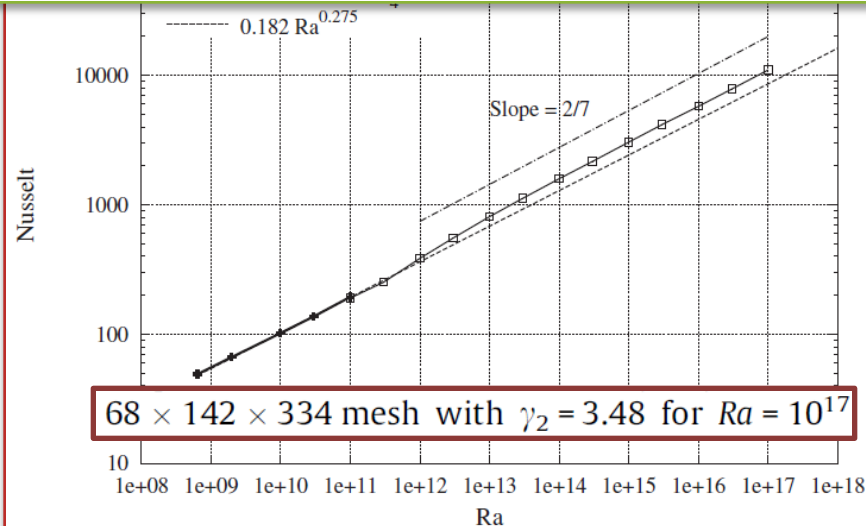
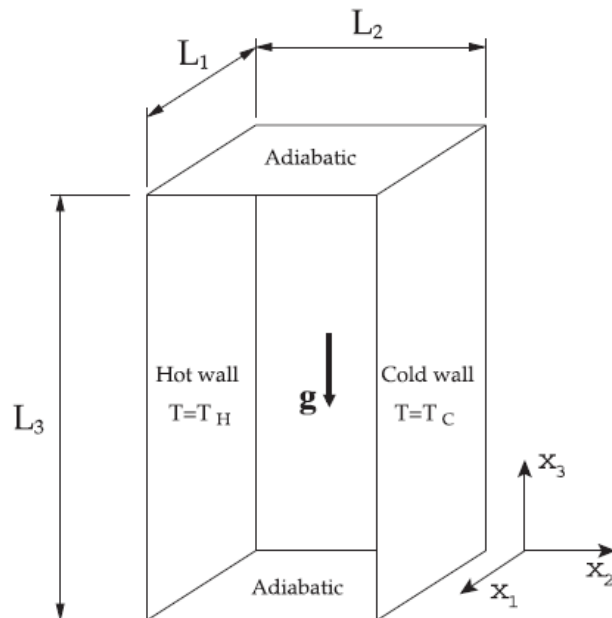
^bInstitute of Mathematics and Computing Science, University of Groningen, P.O. Box 407, 9700 AK Groningen, The Netherlands

$$\partial_t u + \mathcal{C}(u, u) = PrRa^{-1/2} \Delta u - \nabla p + f,$$

$$\partial_t T + \mathcal{C}(u, T) = Ra^{-1/2} \Delta T,$$

$Ra = 10^{10}$:

Mesh	DNS 128 × 190 × 462	RM1 16 × 34 × 80		RM2 8 × 17 × 40	
		No model	$\mathcal{C}_4$	No model	$\mathcal{C}_4$
Nu	101.94	121.93	100.81	128.14	102.17
Nu_{max}	454.86	437.78	451.12	342.02	459.59
Nu_{min}	8.50	10.92	10.18	27.77	7.03

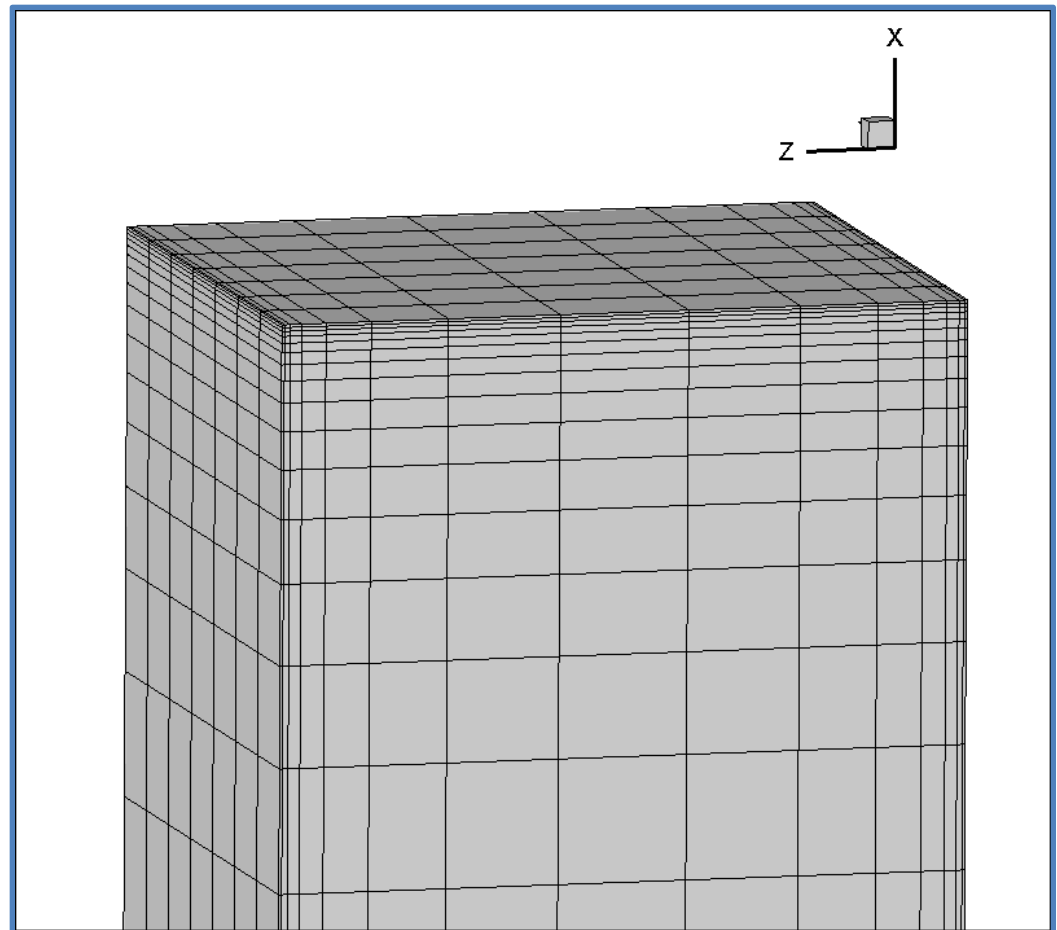
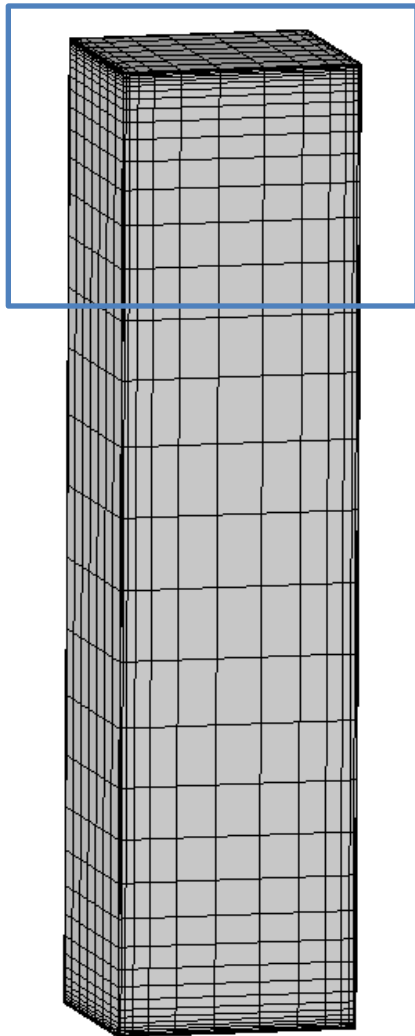




ИБРАЭ

Вертикальный слой. Сетка

$$H/L = 4$$

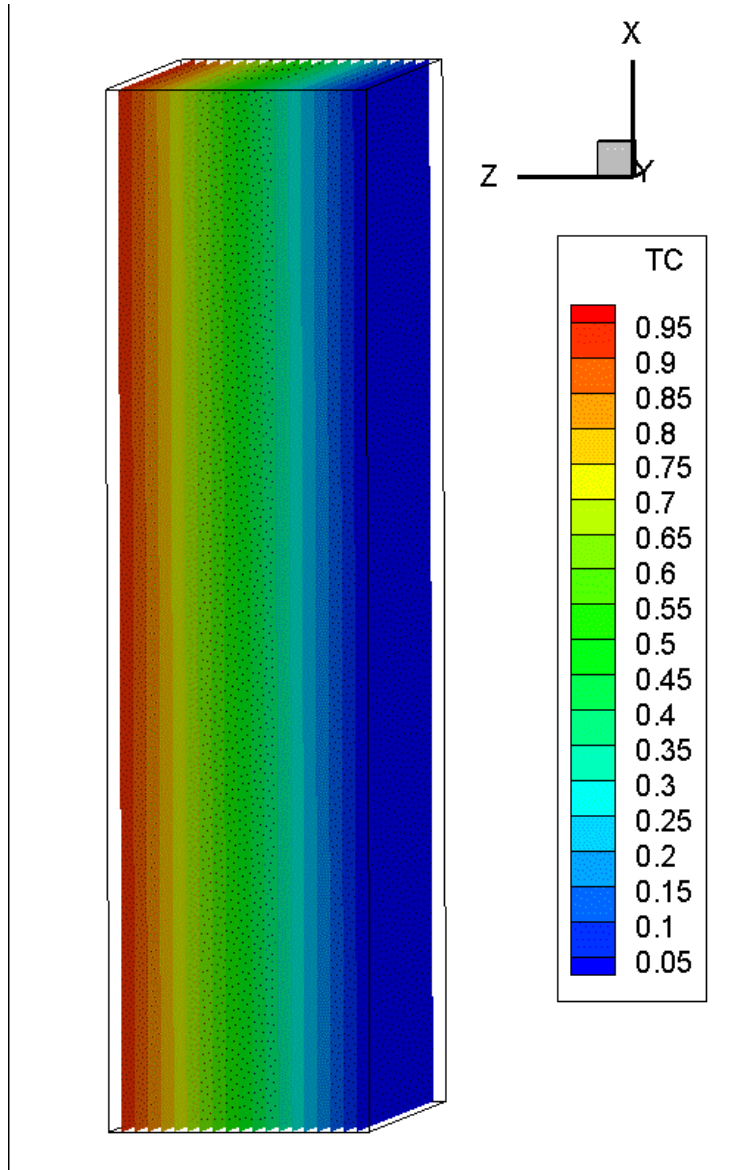


Сетка:

$$40 \times 8 \times 16 = 5120 \text{ ячеек}$$

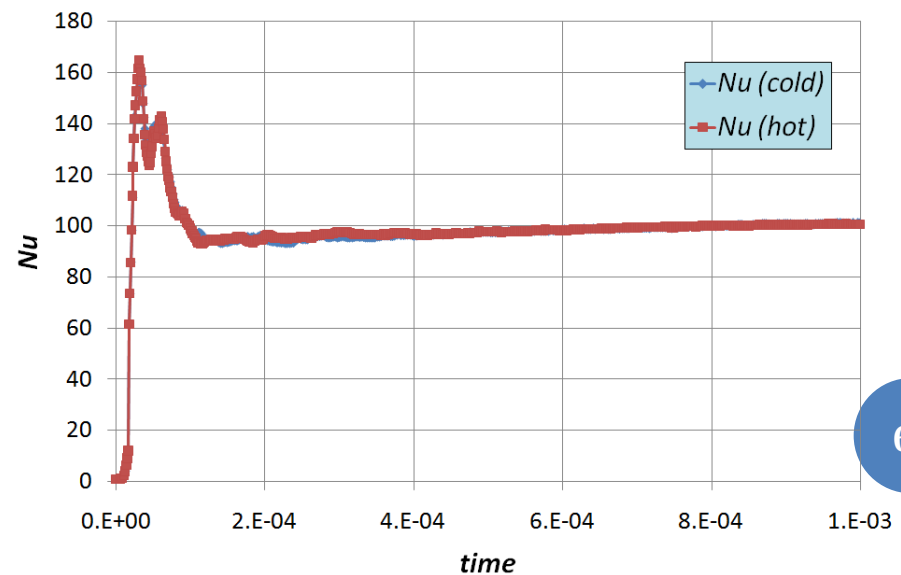


Вертикальный слой ($H/L = 4$). Пример расчета при $Ra = 10^{10}$

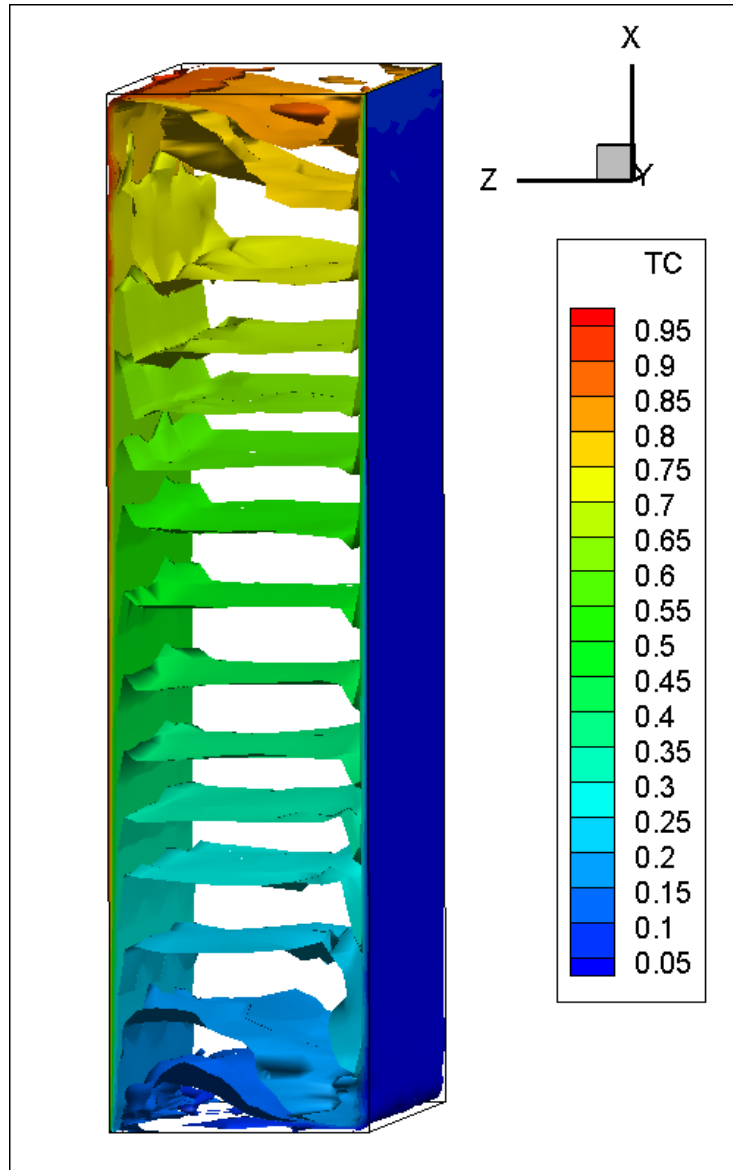


Средние числа Nu :

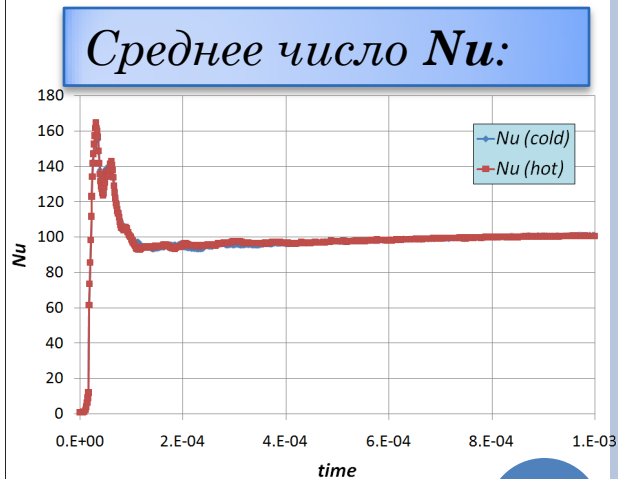
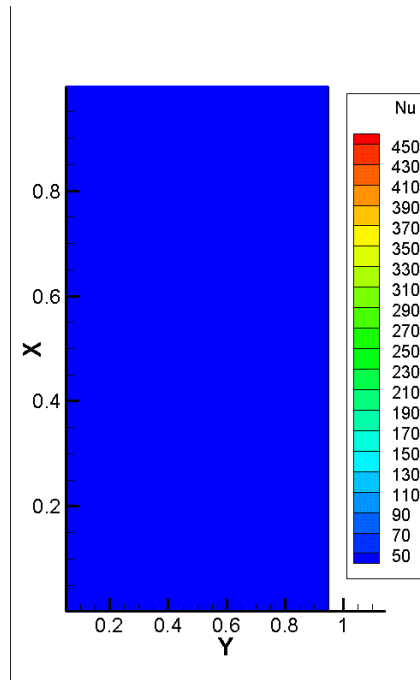
F.X. Trias et al.			$0.182 \cdot Ra^{0.275}$	CABARET
DNS	RM1	RM2		
128 x 190 x 462	16 x 34 x 80	8 x 17 x 40		8 x 16 x 40
101.9	100.8	102.2	102.35	101



Вертикальный слой ($H/L = 4$). Пример расчета при $Ra = 10^{10}$



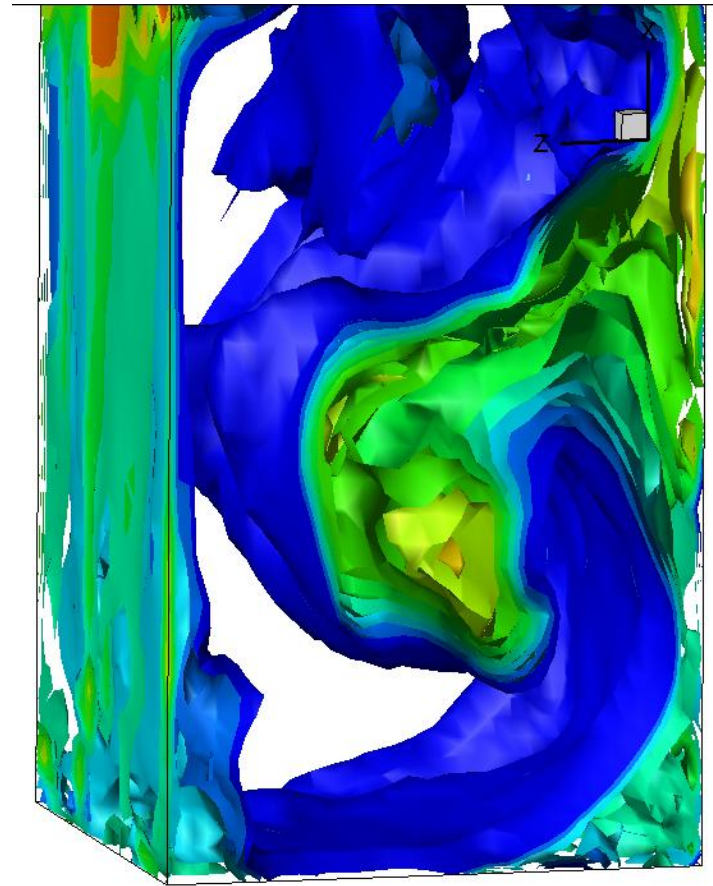
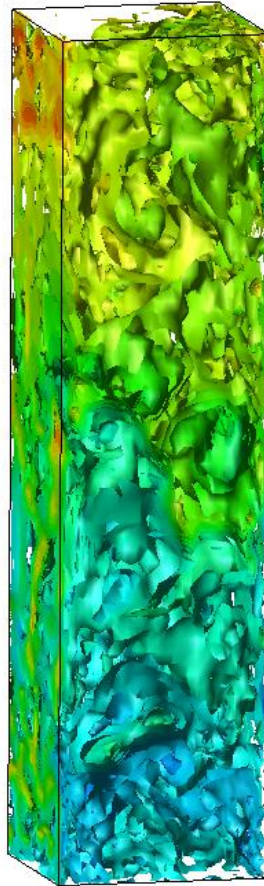
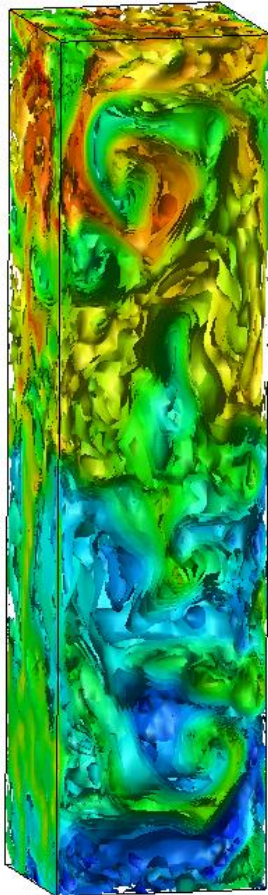
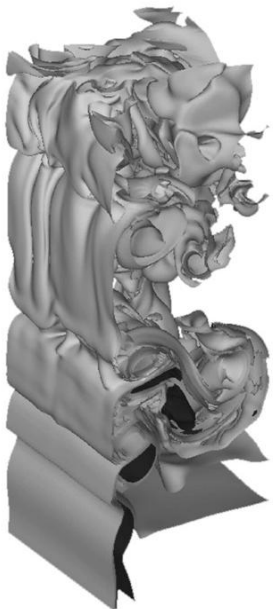
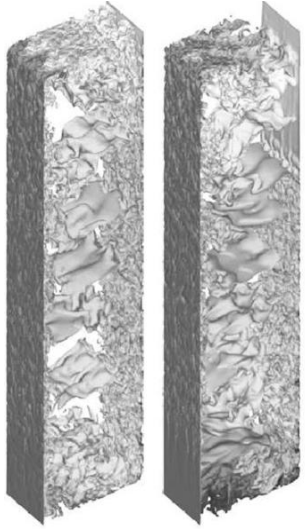
<i>F.X. Trias et al.</i>			$0.182 \cdot Ra^{0.275}$	CABARET
<i>DNS</i>	<i>RM1</i>	<i>RM2</i>		
128 x 190 x 462	16 x 34 x 80	8 x 17 x 40		8 x 16 x 40
101.9	100.8	102.2	102.35	101



Мгновенные значения Nu на холодной стенке

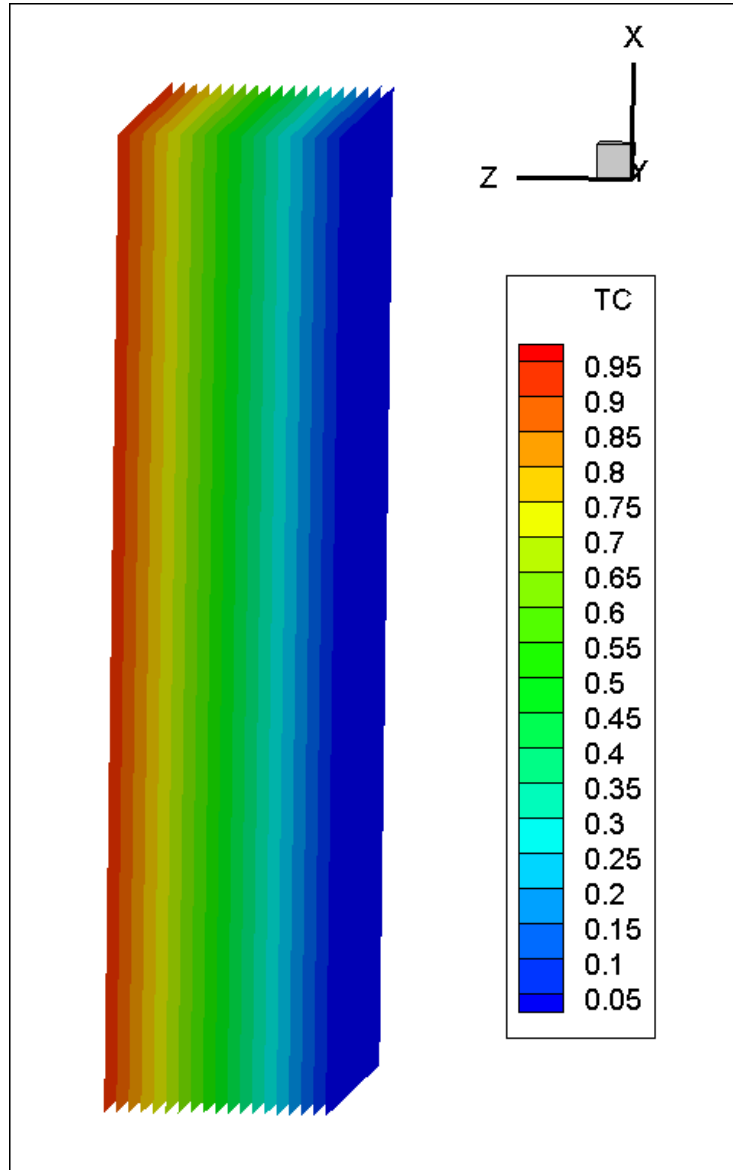


Вертикальный слой 1 ($H/L = 4$). Изоповерхности темп-ры при $Ra = 10^{10}$



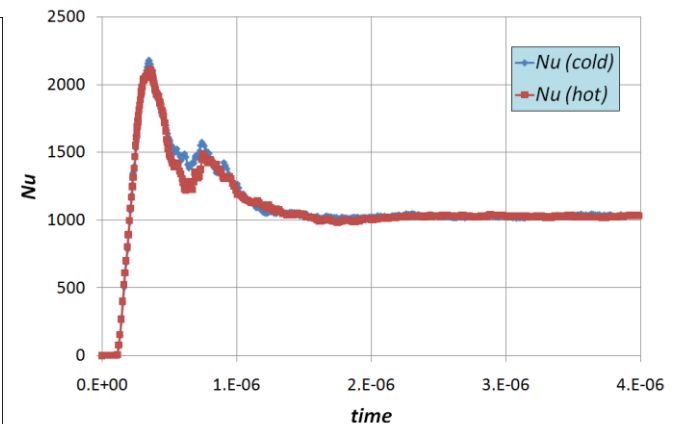
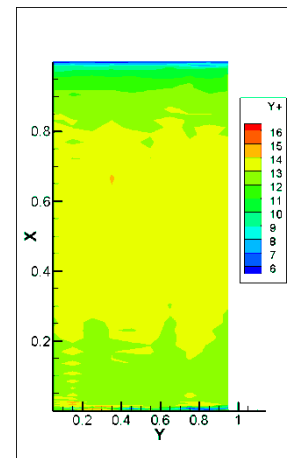


Вертикальный слой ($H/L = 4$). Пример расчета при $Ra = 10^{14}$



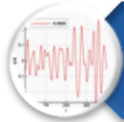
Средние числа Nu :

<i>F.X. Trias et al.</i>		$0.182 * Ra^{0.275}$	CABARET
<i>DNS</i>	<i>RM1</i>		
-	~1500	1288	1030

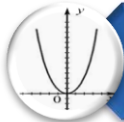


Распределение y^+
по холодной стенке

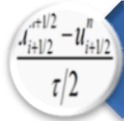
СОДЕРЖАНИЕ



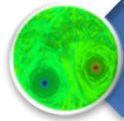
Турбулентность морских течений



Статистическое описание турбулентности


$$\frac{u_{i+1/2}^{n+1/2} - u_{i+1/2}^n}{\tau/2}$$

Спектры турбулентных течений



Идеальный вихреразрешающий алгоритм (Perfect LES)

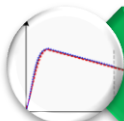
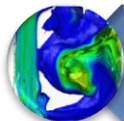


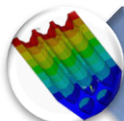
Схема КАБАРЕ



Расчеты с полным разрешением спектра



Расчеты с неполным разрешением спектра

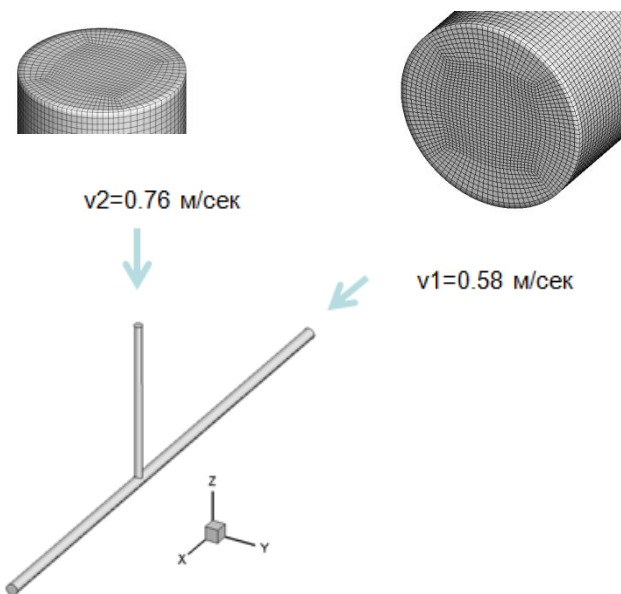


Многокомпонентные течения и мелкая вода

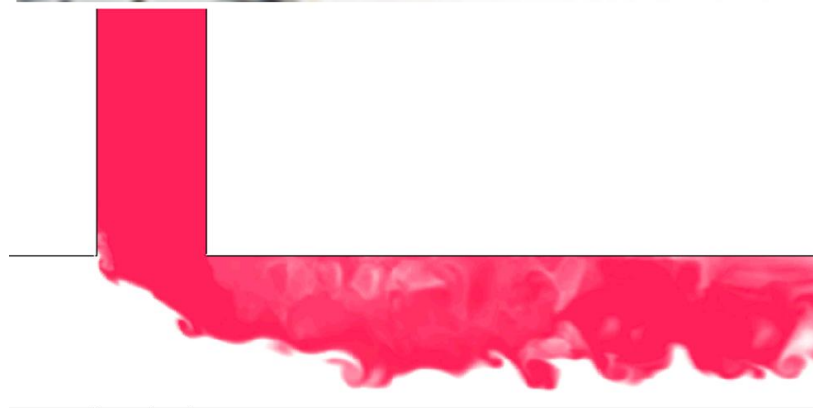
МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В ТРОЙНИКЕ

Международный слепой тест
 $Re=85\,000$; 29 участников

Расчеты по схеме КАБАРЕ
без использования моделей
турбулентности



Число ячеек: 3198595



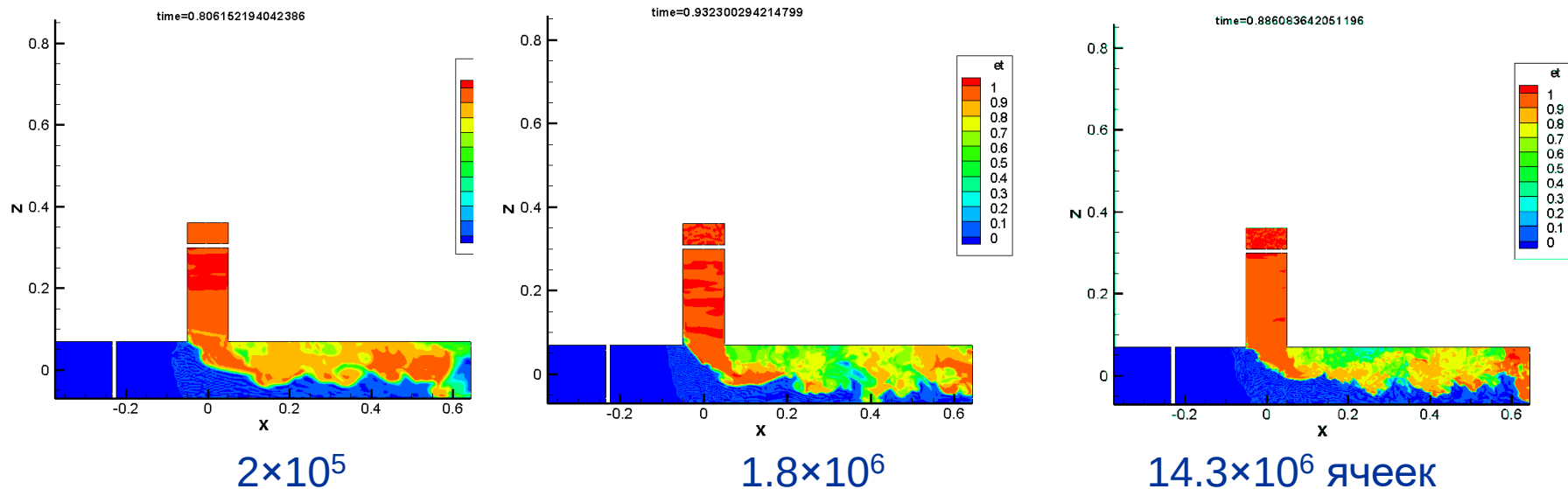
Подача горячей воды из верхнего
патрубка (фото эксперимента и картина
расчета в плоскости симметрии)

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ НА РАЗЛИЧНЫХ СЕТКАХ (УВЕЛИЧЕНИЕ ЧИСЛА ЯЧЕЕК БОЛЕЕ ЧЕМ В 64 РАЗА)

Международный слепой код «T-Junction»

Установлена сходимость результатов при измельчении сетки.

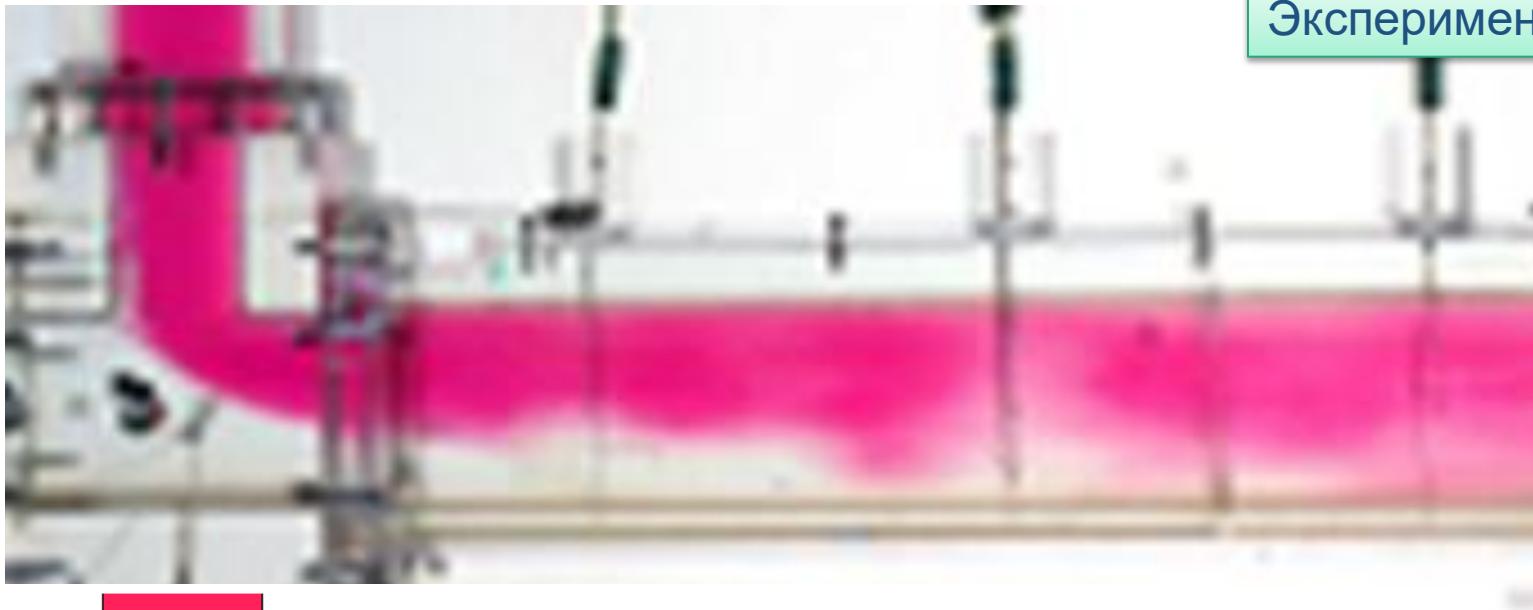
Начиная с двух миллионов ячеек статистические характеристики пульсаций перестают изменяться.



Температура в плоскости симметрии

АНИМАЦИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

Эксперимент



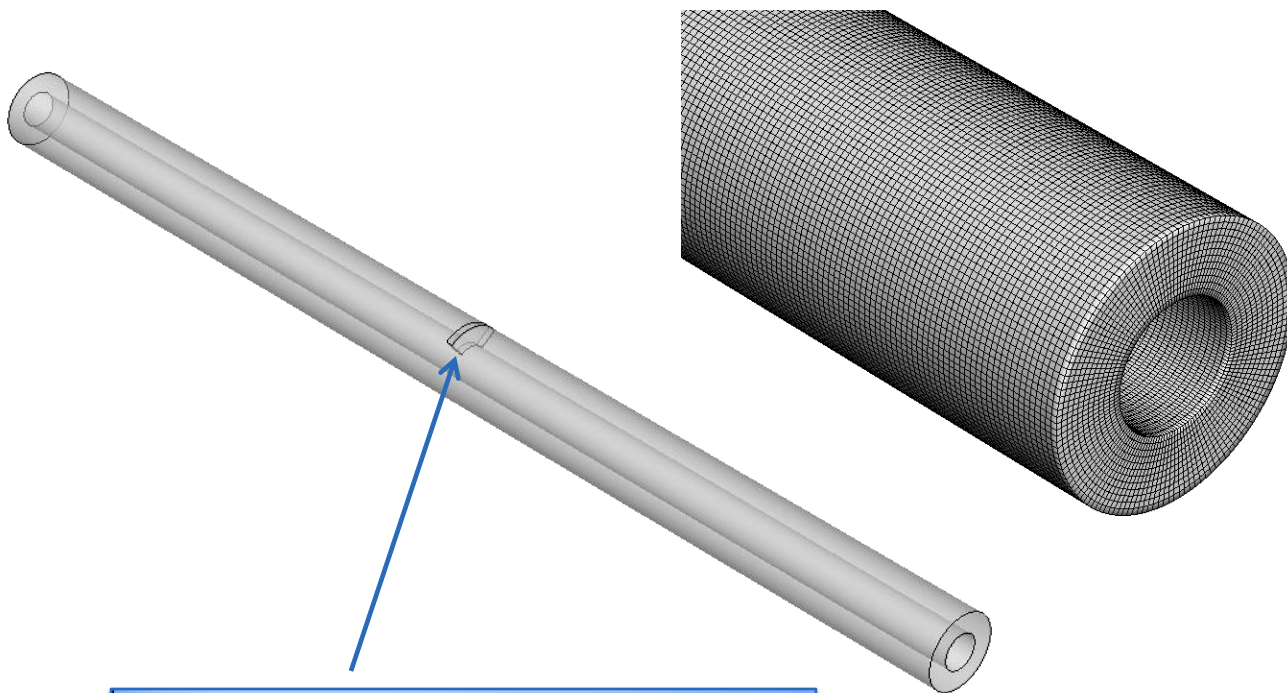
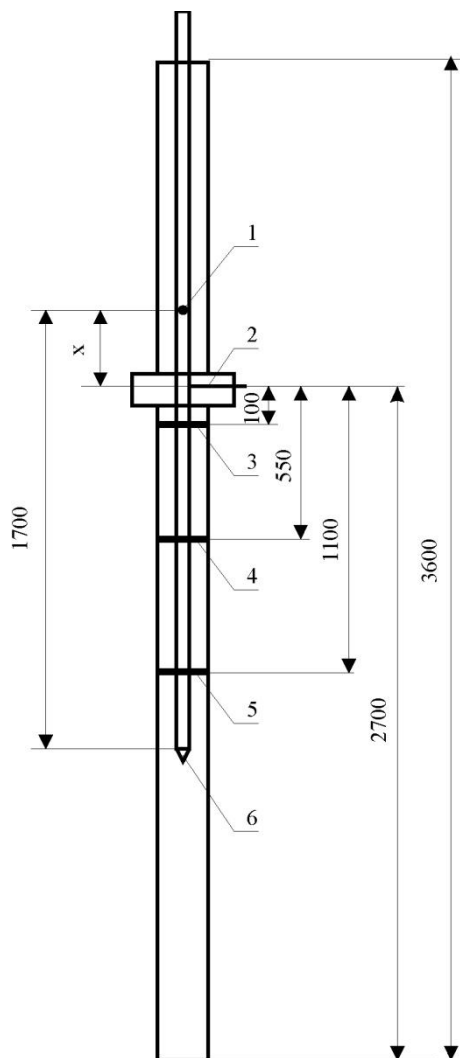
Расчет на сетке в 15 миллионов ячеек

Расчет по схеме «КАБАРЕ»

ТЕЧЕНИЕ МЕЖДУ ДВУМЯ ТРУБКАМИ

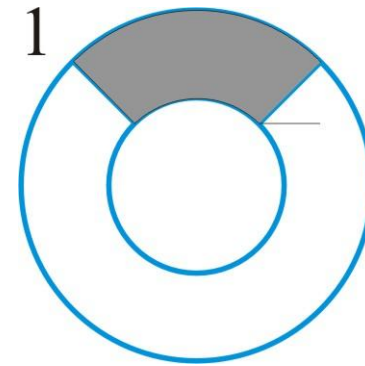
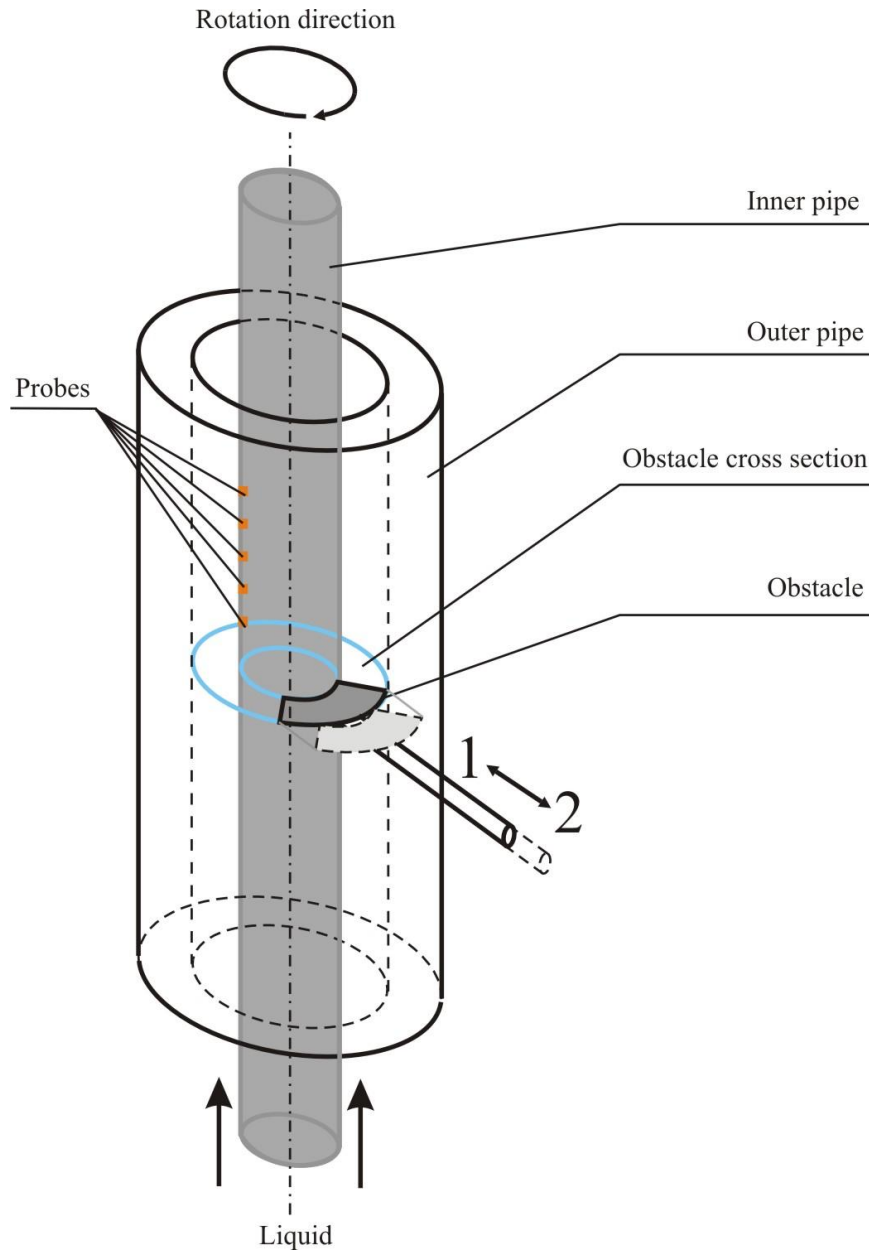
Геометрическая
модель и сетка

Сетка 1101600
элементов (1мм)

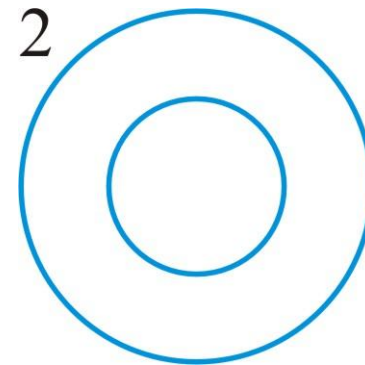


R внешний = 21.1 мм
 R внутренний = 10.0 мм
Препятствие – сектор 90
градусов

SIBERIA Experimental Facility



3D case



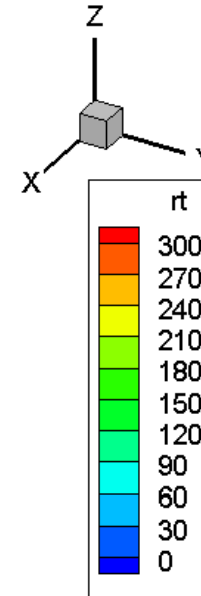
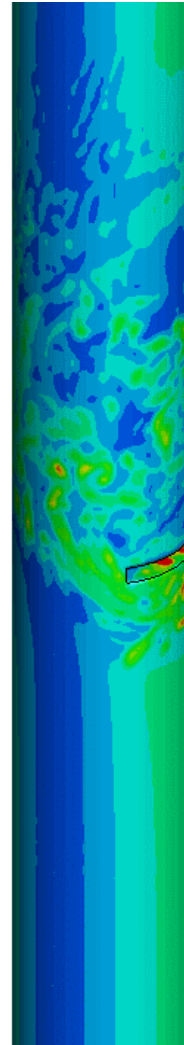
2D case

Cross section



ТЕЧЕНИЕ МЕЖДУ ДВУМЯ ТРУБКАМИ

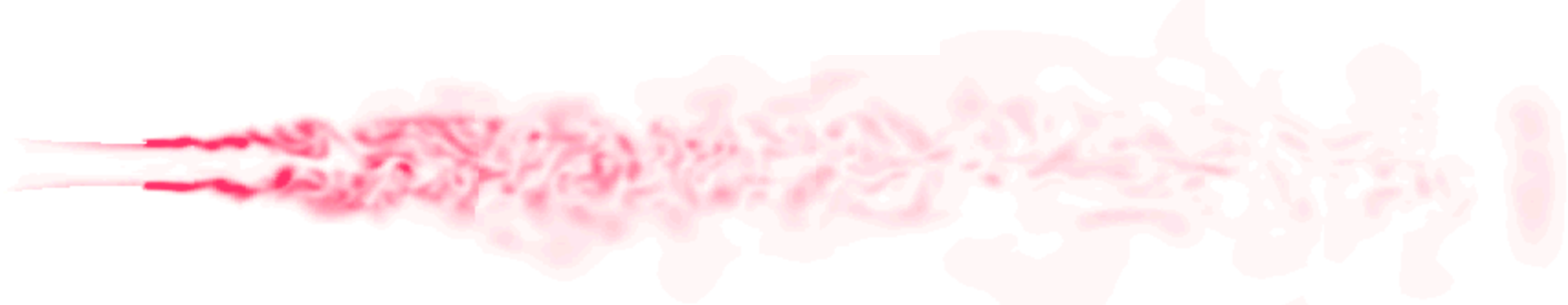
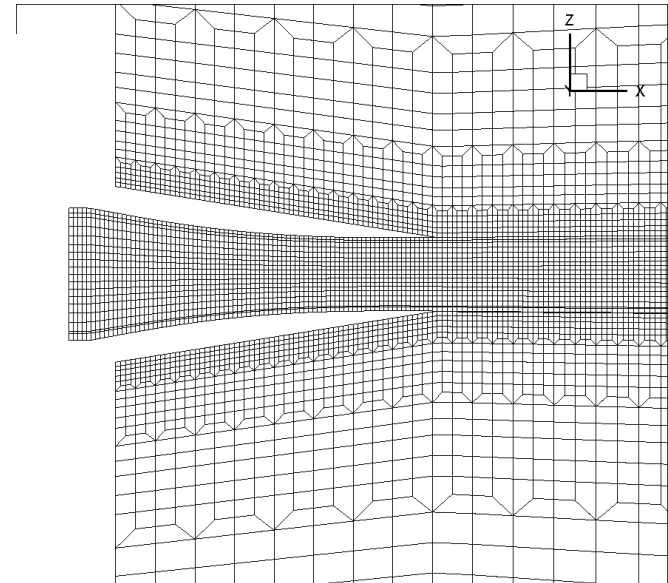
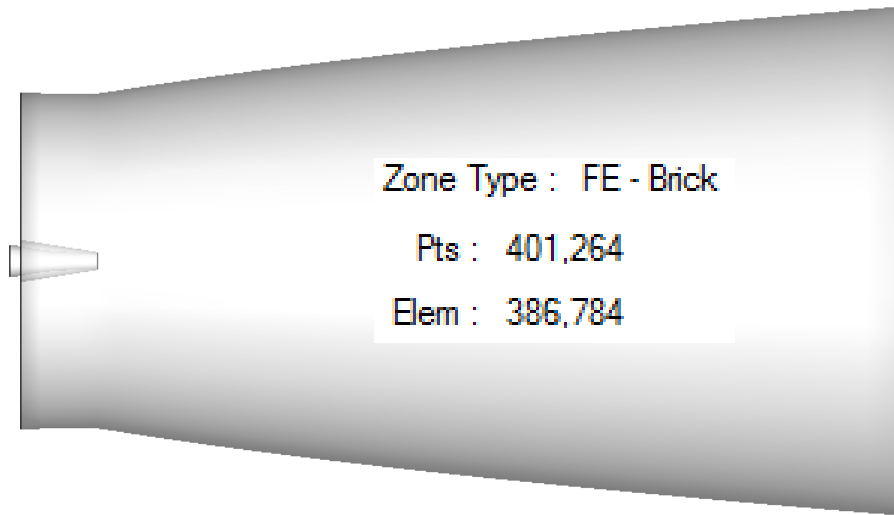
time=0.202873201586986



Расчет для слабосжимаемой среды, $\rho_{\text{OFON}}=1000.0 \text{ кг/м}^3$, $P_{\text{FON}}=98965.16 \text{ Па}$,
скорость 0.55 м/с , вязкость $1e-3 \text{ (н*с/м}^2\text{)}$, $Re=6050$, $M=0.055$



Холодная струя (ротор скорости)



Ротор скорости на сетке 0.4МС

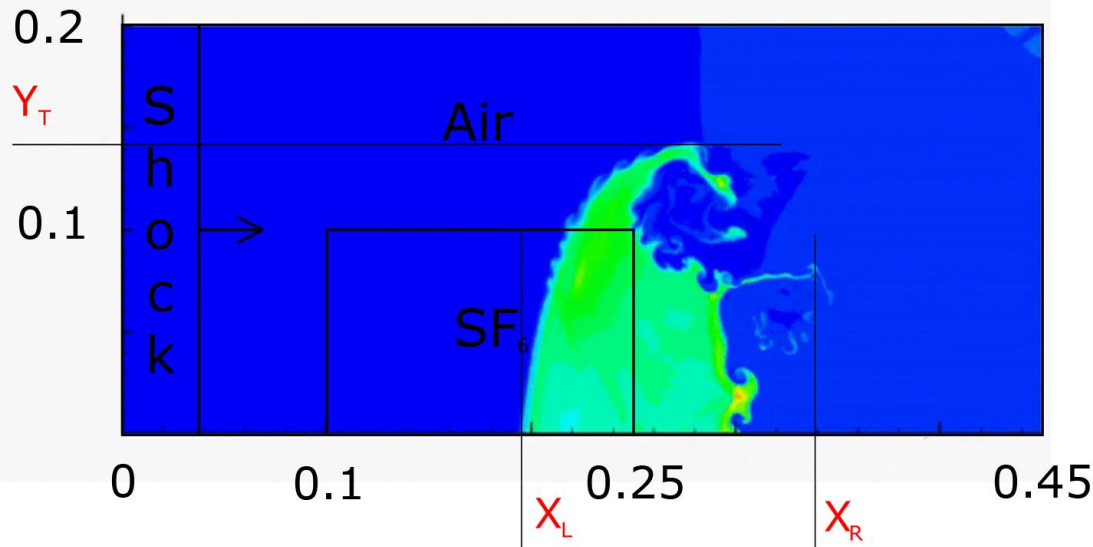


РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

Институт проблем безопасного развития атомной энергетики

МНОГО-КОМПОНЕНТНЫЙ ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ

Прохождение ударной волны $M=1.21$ через тяжелый газ



Отслеживаемые параметры:

XR, XL, YT - крайняя правая, левая и верхняя точки, в которых молярная доля SF6 составляет 99%.

	gamma	rho
Air	1.4	1.153
SF-6	1.648	1.076

Расчетная область - 0.45 x 0.2

Область с SF6 - 0.15 x 0.1

Сетка - 720 x 320

Число Куранта - 0.45

Постановка эксперимента взята из “Bates K. R., Nikiforakis N., Holder D. Richtmyer–Meshkov instability induced by the interaction of a shock wave with a rectangular block of SF6 // Physics of Fluids. 2007.”

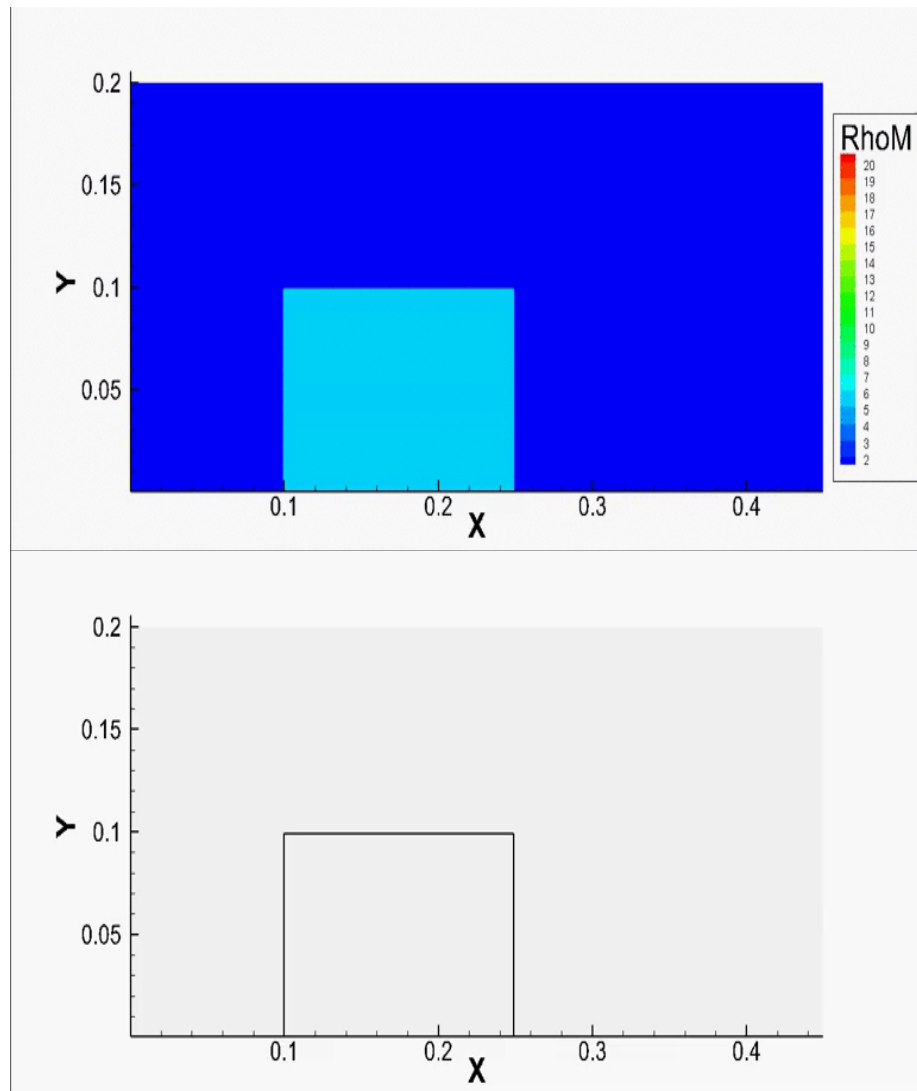


РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

Институт проблем безопасного развития атомной энергетики

ИБРАЭ

Прохождение ударной волны $M=1.21$ через тяжелый газ



плотность

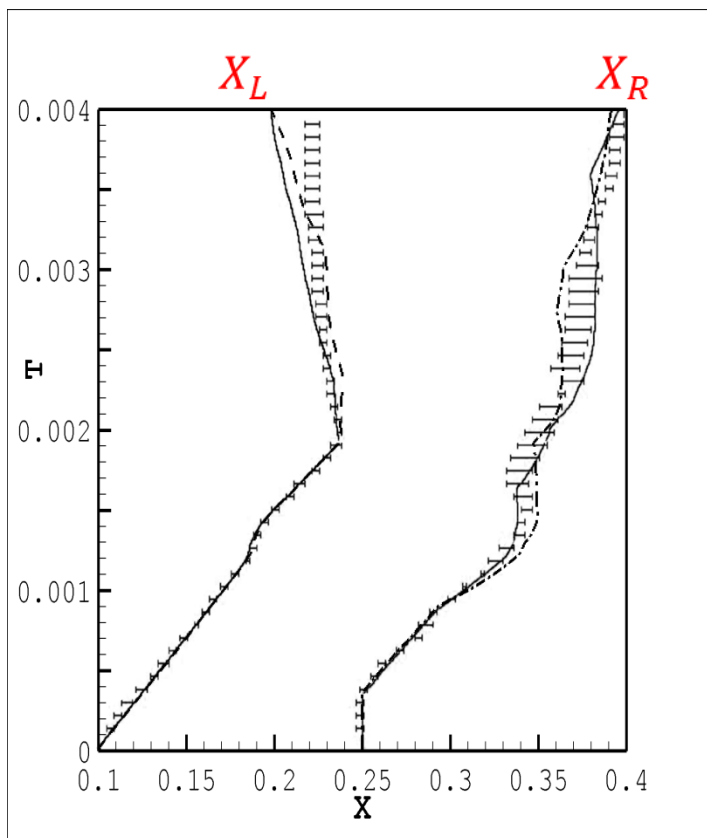
градиенты плотности и
давления



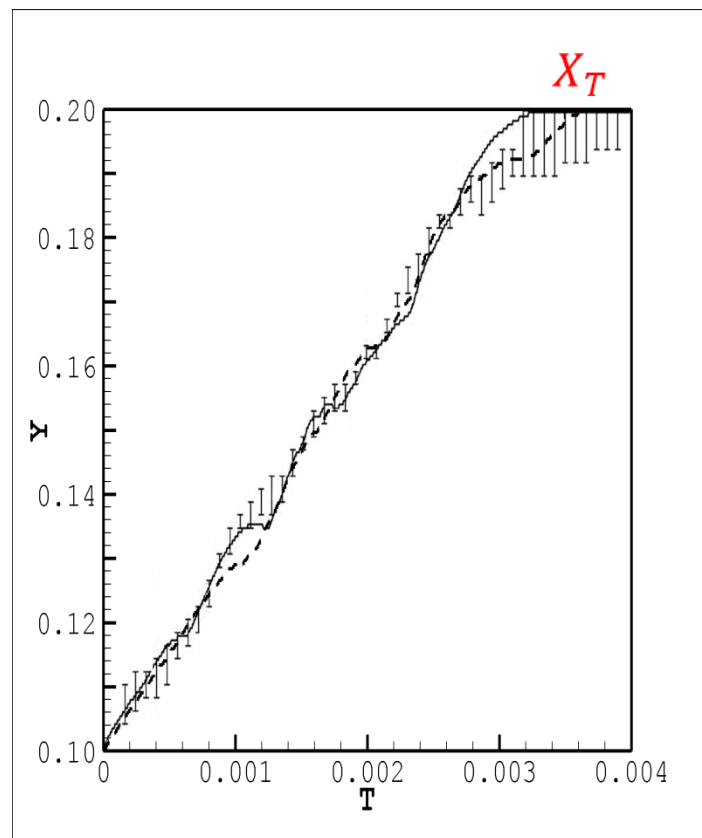
ИБРАЭ

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

Институт проблем безопасного развития атомной энергетики



Положение крайней левой и крайней правой точек с SF6. Штриховая линия - КАБАРЕ, сплошная - WENO, отрезки - экспериментальные данные с погрешностью.



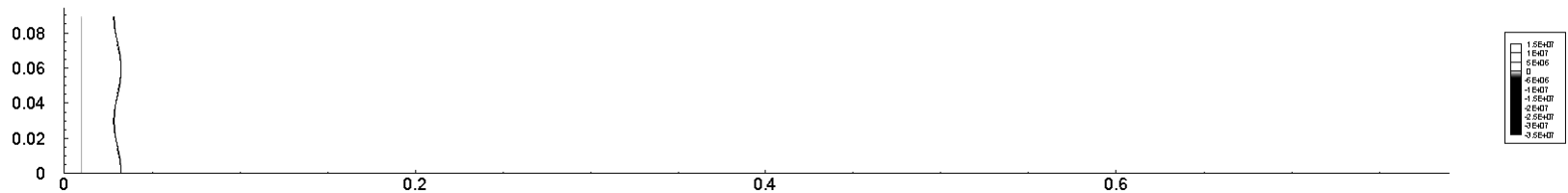
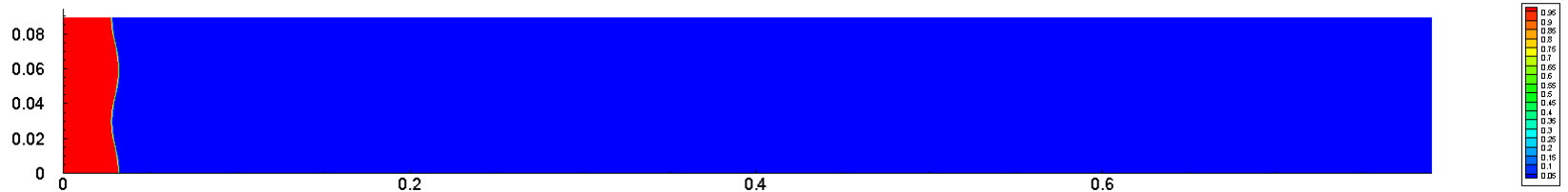
Положение крайней верхней точки с SF6. Штриховая линия - КАБАРЕ, сплошная - WENO, отрезки - экспериментальные данные с погрешностью.

Неустойчивость Рихтмайера - Мешкова

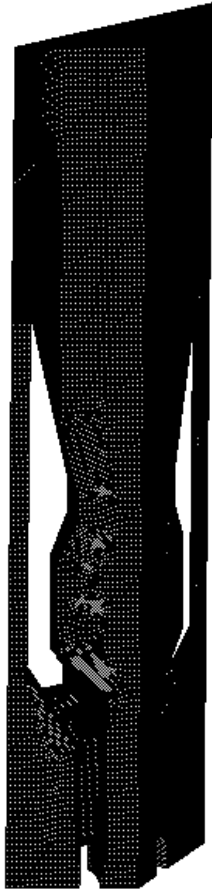
- Расчетная область – прямоугольник $[0, 0.79] \times [0, 0.089]$.
- Сетки – 852x96, 1704x192, 3408x384 узлов
- Граничные условия: стенка с проскальзыванием на нижней, верхней и правой гранях, Вход на левой грани.
- В начальный момент времени вдоль линии $x=0.01$ находится фронт УВ, движущейся вправо по покоящемуся фону из смеси воздуха и ацетона, далее справа от кривой $x=0.02\cos(3\pi y/0.0593)$ – покоящийся фторид серы 6.

Величина	Уд. волна	Воздух	SF6	Ед.изм.
ρ	2.084	1.351	5.494	кг/м3
γ	1.4	1.4	1.093	1
u	127.9198	0	0	м/с
p	166700	95600	95600	Па

Эволюция массовой доли и теневого изображения (сетка 1704x192)



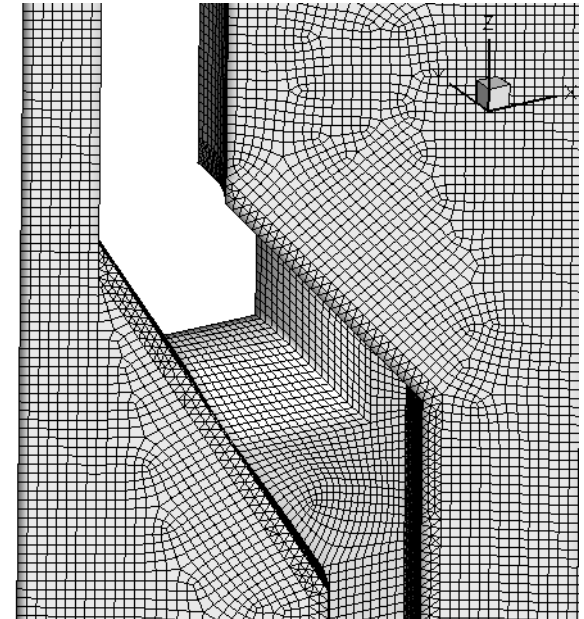
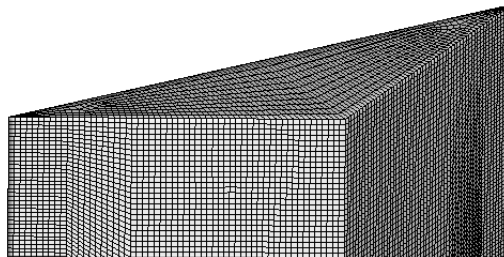
Temperature fluctuation in sodium reactor (war172)



Zone Type : FE - Brick

Pts : 439,058

Elem : 447,766



In right channel

Velocity 0.9 m/c, temperature 1

In left channel

Velocity 1 m/c , temperature 0

Animation

tim e=0.01



Rotor

tim e=0.01



Temperature

tim e=0.01

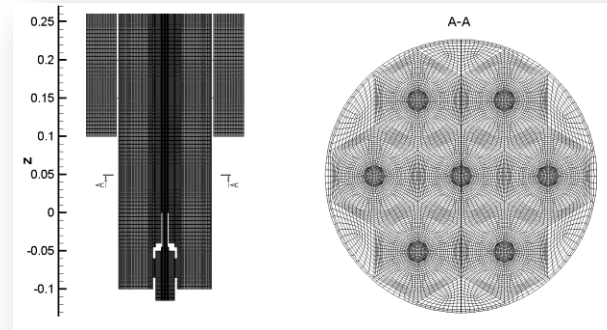
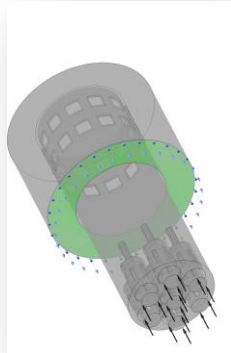


Velocity



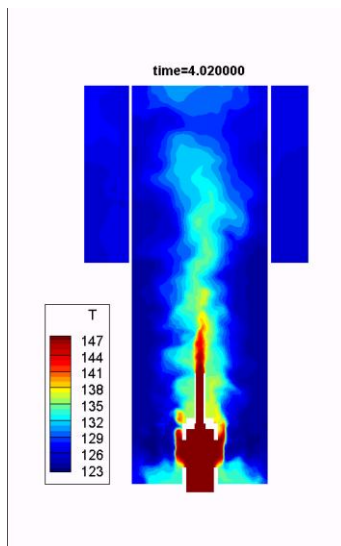
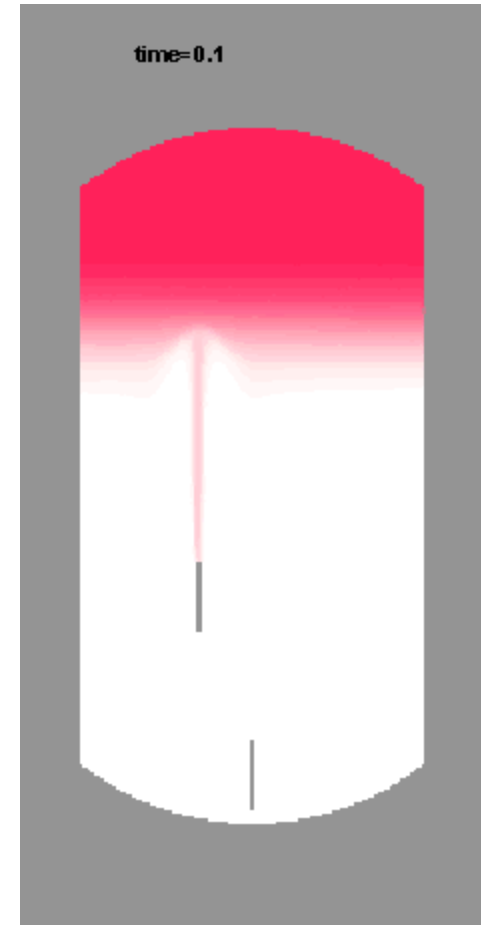
**ИБРАЭ «ЗАДАЧА О СМЕШЕНИИ РАЗНОТЕМПЕРАТУРНЫХ СТРУЙ
ЖИДКОГО НАТРИЯ В ТЕПЛО ВЫДЕЛЯЮЩЕЙ СБОРКЕ»**

Модельная задача для
слепого теста 2014 года

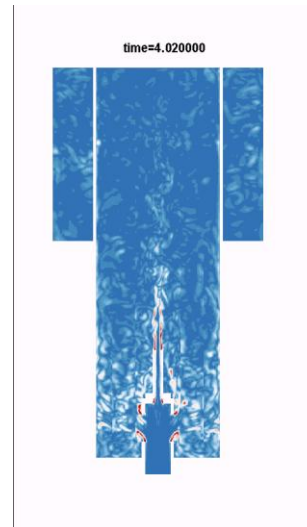
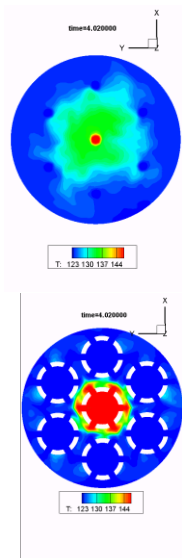


*Натрий поступает в коллектор снизу
через головки ТВС и выходит через
верхние отверстия в сборную камеру*

*Вид сетки в вертикальном
и горизонтальном сечениях.*



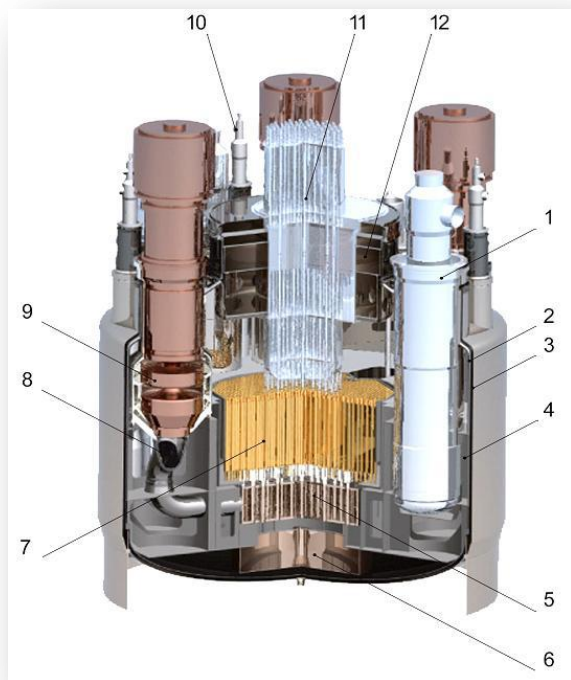
Температура



Ротор скорости

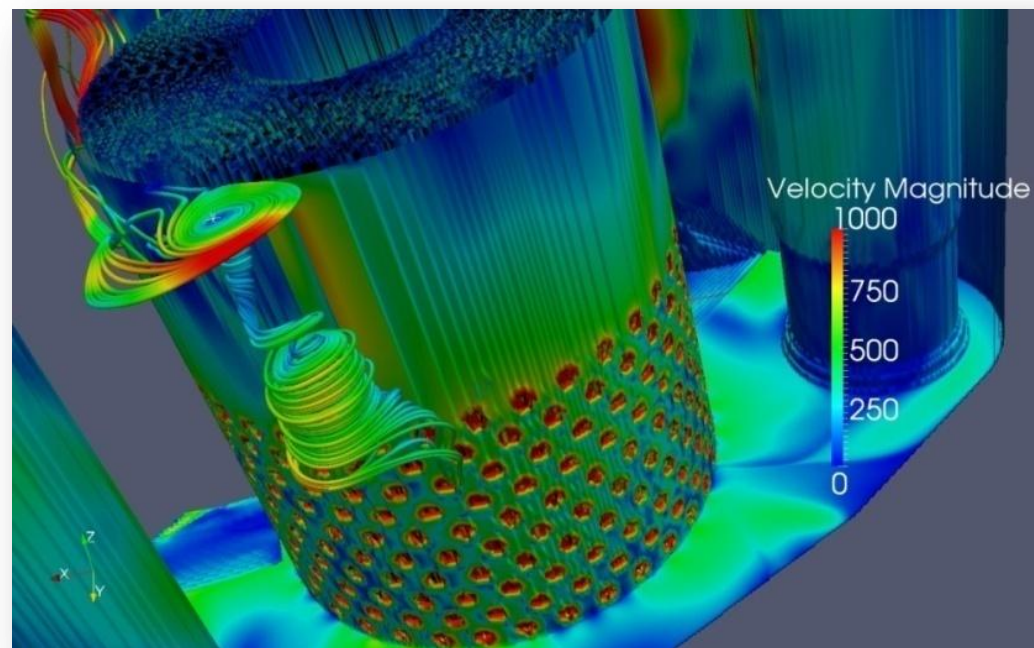
Развитие технологии параллельных вычислений и расчетных кодов нового поколения

<http://www.okbm.nnov.ru/>



Уже сейчас в ИБРАЭ проводится моделирование крупномасштабных реакторных установок, например, БН-1200 – анализ захвата газа в верхней камере смешения

Поле скоростей



Численное моделирование проводится для разного дизайна фрагментов поворотной колонны и промежуточного теплообменника



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем безопасного развития атомной энергетики
RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES
Nuclear Safety Institute



*Трехмерный код КАБАРЕ для расчета
нестационарных задач
теплопереноса без использования
моделей турбулентности и настроечных
параметров*



Назначение кода

«Медленные» задачи

$$|u| \ll c$$
$$p \approx const$$

- Течение жидкометаллического теплоносителя
- Течения газов под контайнментом

Несжимаемая жидкость

Слабо сжимаемое приближение

$$p = c^2(\rho - \rho^*)$$

«Быстрые» задачи

$$|u| \sim c$$
$$p \neq const$$

- Течение струй смеси газов

Сжимаемый газ

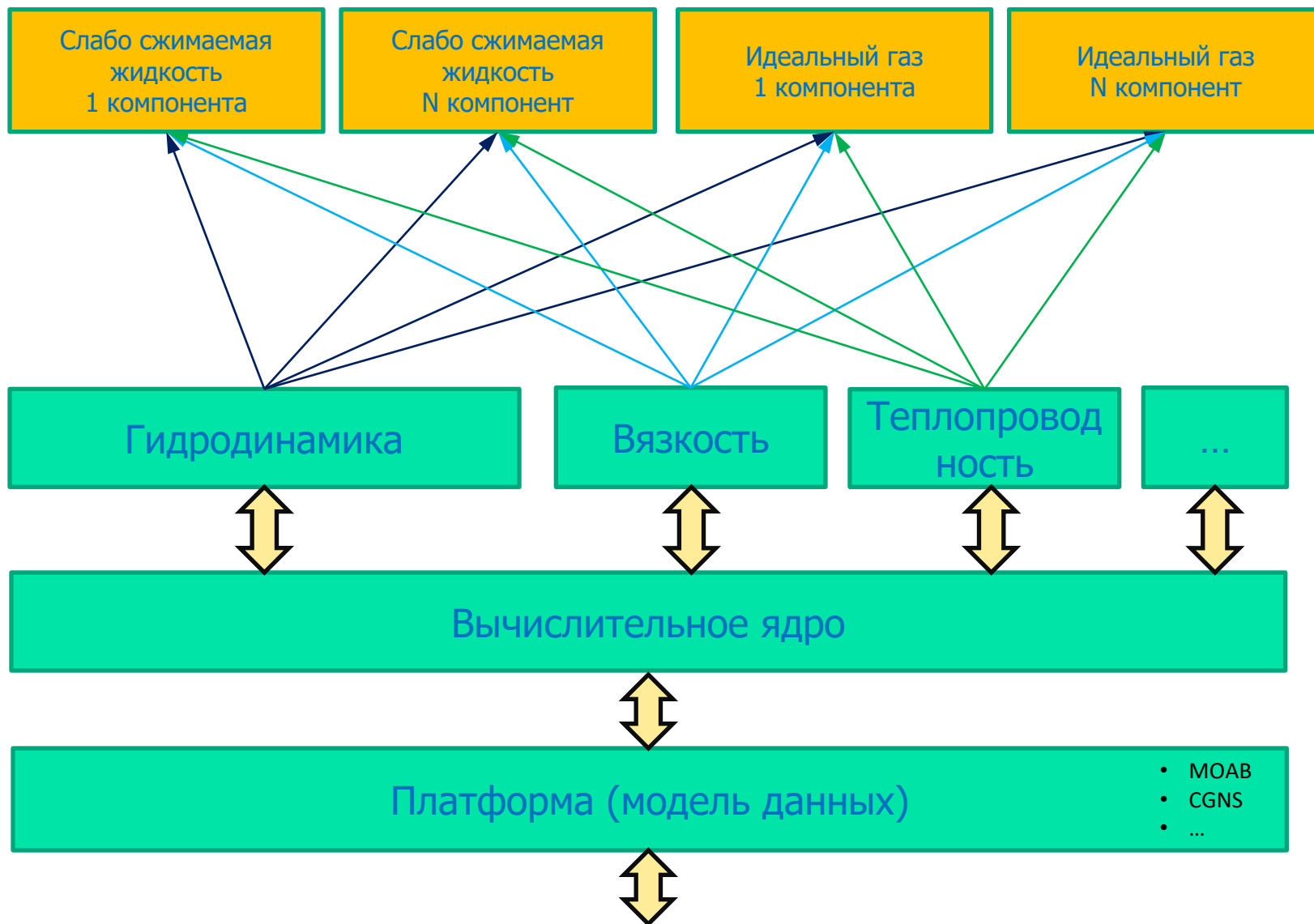
$$p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon$$

- Многокомпонентные течения

Особенности кода CABARET-ST

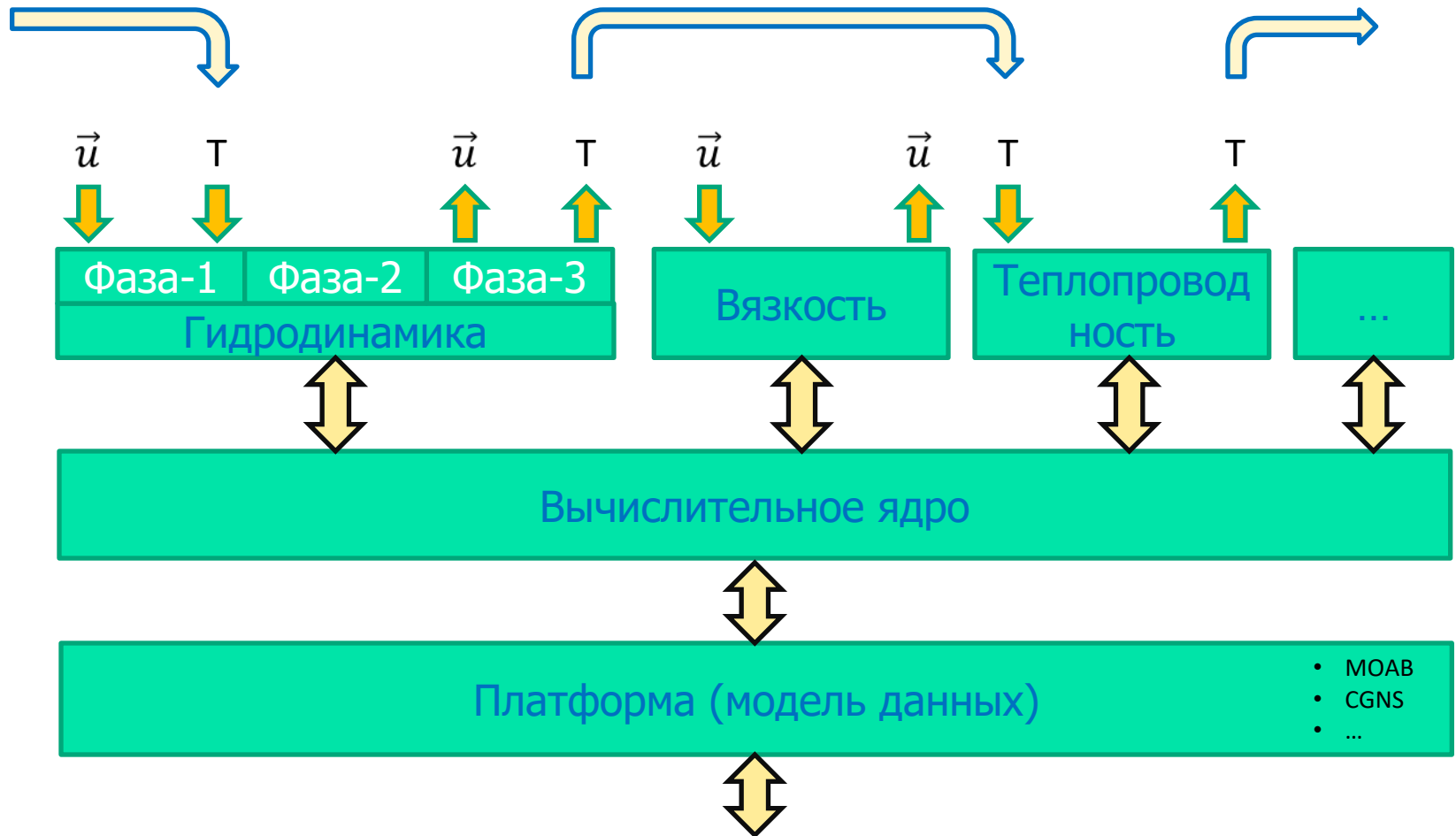
1. Код CABARET-ST представляет собой реализацию методики КАБАРЕ для проведения массивных параллельных вычислений на кластерных ЭВМ задач гидродинамики на неструктурированных гексагональных сетках
 2. Реализован на языке C++
 3. Программная платформа использует библиотеку сеточных баз данных – ITAPS MOAB (A Mesh-Oriented datABase). Библиотека MOAB поддерживает все необходимые базовые операции для распределенных сеточных данных, позволяет работать как со структурированными, так и неструктурированными сетками, поддерживает все виды ячеек, включая произвольные многоугольники и многогранники.
 4. Формат хранения данных – HDF5 (Иерархический формат данных). Позволяет работать с данными большого размера. Обеспечивает высокую скорость доступа к данным.
 5. Реализована возможность асинхронной передачи сообщений (без блокировки) с использованием процедуры MPI_Isend
 6. Реализована возможность проведения расчетов с асинхронными шагами по времени. Разбиение на партии в этом случае проводится с учетом вычислительной сложности ячеек сетки
- 

Единый код



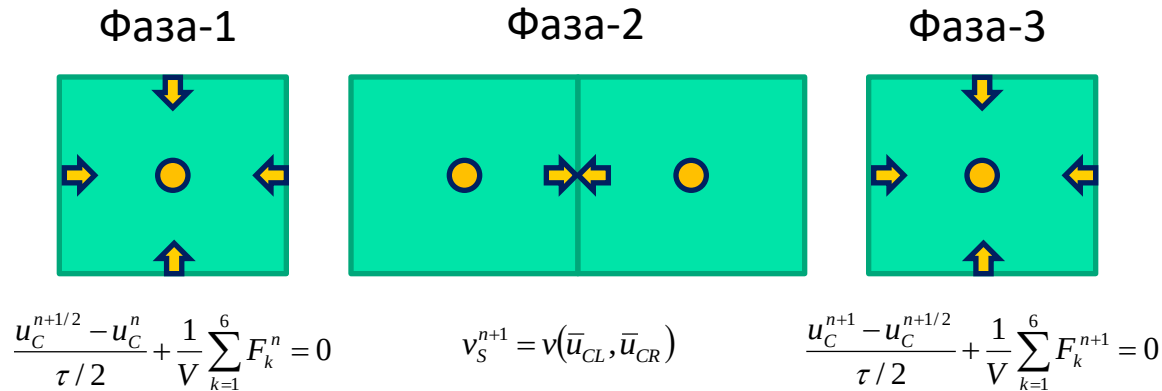
Асинхронное распараллеливание

1. Задержка «готовность – потребность»



Асинхронное распараллеливание

2. Порядок вычислений



Параллельные вычисления:

- Все консервативные переменные вычисляются локально
- Вклад в потоковую переменную от консервативных вычисляется локально
- Вклады в потоковые переменные пересылаются между партициями
- Потоковые переменные вычисляются на каждой партиции единым образом

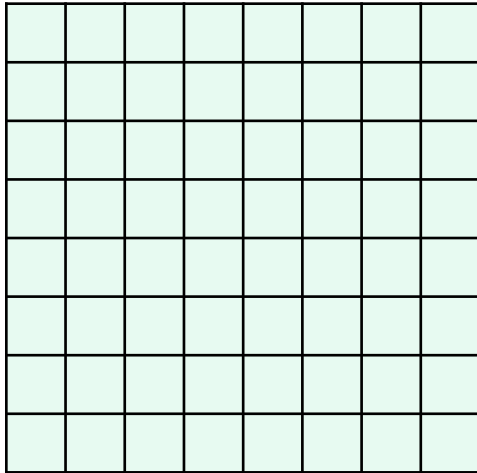


Асинхронное распараллеливание

2. Порядок вычислений

Параллельные вычисления:

- Все консервативные переменные вычисляются локально
- Инварианты на гранях вычисляются локально
- Инварианты пересылаются между партициями
- Поточковые переменные по инвариантам вычисляются на каждой грани локально



1. Вычисления инвариантов с одной стороны на интерфейсных гранях
2. Отправка инвариантов в соседние партиции
3. Вычисления инвариантов на внутренних гранях
4. Вычисление потоковых переменных на внутренних гранях
5. Получение инвариантов от соседних партиций
6. Вычисление потоковых переменных на интерфейсных гранях



ТРЕХМЕРНОЕ ОБТЕКАНИЕ ЦИЛИНДРА ПРИ $Re = 40000$



CylAnim_GPU3.mp4



А.В. Соловьев



А. Канаев



В. Кондаков



А. Зайцев



В. Глотов

**СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!**



С.А. Финогенов



М.А. Зайцев



А. Рязанов



И. Короткин



Д. Асфандияров



С. Карабасов



А. Данилин